

НПО УЧЕБНОЙ ТЕХНИКИ «ТУЛАНАУЧПРИБОР»

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ



**РТРУЛ-8**

**ИЗУЧЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА.  
ИЗУЧЕНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В ВОЗДУХЕ.**

Тула, 2012 г.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА. ИЗУЧЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА. ИЗУЧЕНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В ВОЗДУХЕ.

Цель работы: исследовать явление акустического резонанса, определить скорость звука в воздухе методом стоячих волн .

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ.

#### Волновые процессы. Продольные и поперечные волны.

Колебания, возбужденные в какой-либо точке среды (твердой, жидкой или газообразной), распространяются в ней с конечной скоростью, зависящей от свойств среды, передаваясь от одной точки среды к другой. Чем дальше расположена частица среды от источника колебаний, тем позднее она начнет колебаться. Иначе говоря, фазы колебаний частиц среды и источника тем больше отличаются друг от друга, чем больше это расстояние. При изучении распространения колебаний не учитывается дискретное (атомно-молекулярное) строение среды и среда рассматривается как **сплошная**, т. е. непрерывно распределенная в пространстве и обладающая упругими свойствами.

Процесс распространения колебаний в сплошной среде называется **волновым процессом** (или **волной**). При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому основным свойством всех волн, независимо от их природы, является перенос энергии без переноса вещества.

Среди разнообразных волн, встречающихся в природе и технике, выделяются следующие их типы: **волны на поверхности жидкости, упругие и электромагнитные волны**. Упругими (или механическими) волнами называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Упругие волны бывают **продольные** и **поперечные**. В продольных волнах частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в поперечных — в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Продольные волны могут распространяться в средах, в которых возникают упругие силы при деформации сжатия и растяжения, т. е. твердых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны могут распространяться в среде, в которой возникают упругие силы при деформации сдвига, т. е. фактически только в твердых телах; в жидкостях и газах возникают только продольные волны, а в твердых телах — как продольные, так и поперечные.

Упругая волна называется **гармонической**, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими. На рис.1.1 представлена гармоническая поперечная волна, распространяющаяся со скоростью  $v$  вдоль оси  $x$  (т. е. зависимость между смещением  $\xi$  частиц среды, участвующих в волновом процессе, и расстоянием  $x$  этих частиц, например, частицы  $B$ , до плоскости, в которой располагается источник колебаний  $O$ ), для какого-то фиксированного момента времени  $t$ . Хотя приведенный график функции  $\xi(x, t)$  похож на график

гармонического колебания, тем не менее эти графики различны по существу. График волны дает зависимость смещения всех частиц среды от расстояния до источника колебаний в данный момент времени, а график колебаний — зависимость смещения данной частицы от времени.

Расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе, называется **длиной волны**  $\lambda$  (рис.1.1). Длина волны равна тому расстоянию, на которое распространяется определенная фаза колебания за период  $T$ , т. е.:

$$\lambda = v \cdot T \quad (1.1)$$

или, учитывая, что  $T=1/\nu$  (где  $\nu$  — частота колебаний), получим:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \quad (1.2)$$

Если рассмотреть волновой процесс подробнее, то ясно, что колеблются не только частицы, расположенные вдоль оси  $x$ , а колеблется совокупность частиц, расположенных в некотором объеме. Волна, распространяясь от источника колебаний, охватывает все новые и новые области пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени  $t$ , называется **волновым фронтом**. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется **волновой поверхностью**. Волновых поверхностей можно провести бесчисленное множество, а волновой фронт в каждый момент времени — один. Волновой фронт также является волновой поверхностью в данный момент времени. В принципе волновые поверхности могут быть любой формы, а в простейшем случае они представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно волна называется **плоской** или **сферической**.

Если колебания (смещение) частиц среды происходит вдоль направления распространения волны, т.е. вдоль её скорости  $v$ , то волна называется продольной. Такие волны образуются не только в упругих твердых средах, но и в жидких или газообразных средах, где отдельные молекулы не могут смещаться одновременно то в одну, то в другую сторону. Молекулы газа движутся хаоти-

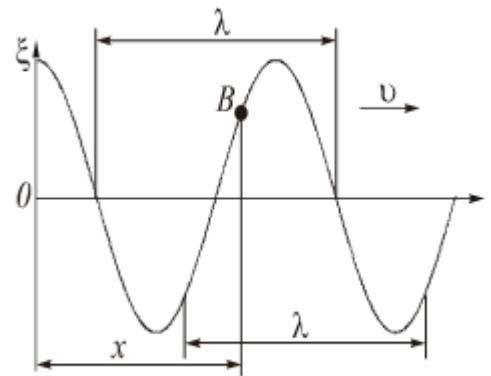


Рис. 1.1

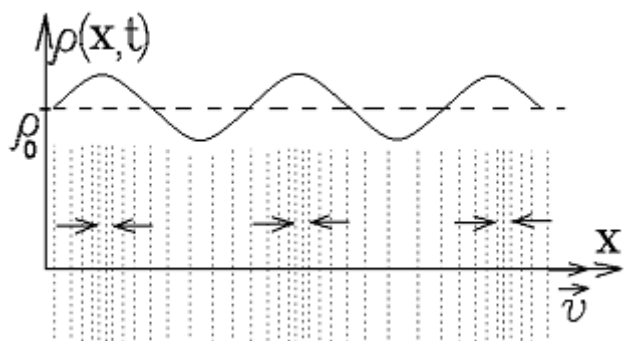


Рис. 1.2

чески, но в сумме могут образовывать сжатия и разрежения плотности (рис. 1.2). Такие поперечные области сжатия и разрежения среды, перемещающиеся со скоростью  $v$ , называются **звуковой волной**.

### Скорость звука в газах и жидкостях.

Рассмотрим процесс распространения звуковых продольных волн в газах и в жидкостях. Представим себе с этой целью полубесконечную цилиндрическую трубу, заполненную газом (или жидкостью), в конце которой вставлен поршень П, совершающий поступательно–возвратные колебания (рис. 1.3). Эти колебания будут передаваться от поршня к соседним с ним частицам газа, от этих частиц – к более далеким частицам, и поэтому вдоль трубы будет распространяться волна сжатий и разрежений газа.

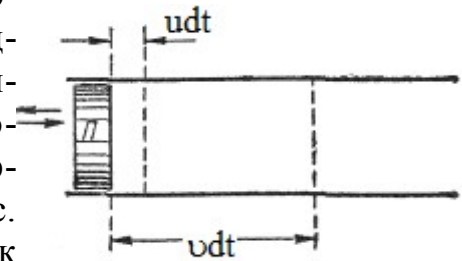


Рис. 1.3

Определим скорость этой волны. Обозначая ее через  $v$ , можно сказать, что за время  $dt$  звук распространится на расстояние  $vdt$ , так что в состоянии волнового движения придут частицы в объеме  $vdtS$ , где  $S$  – площадь поперечного сечения трубы.

Если обозначить через  $u$  скорость поршня в некоторый момент времени  $t$ , то за время  $dt$  поршень сдвинется на расстояние  $udt$  (см. рис. 1.3), благодаря чему объем газа уменьшится на  $udtS$ . Разделив эту величину на  $vdtS$ , мы найдем относительное изменение плотности газа в момент времени  $t$ :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{u}{v} \quad (1.3)$$

где  $\rho_0$  – плотность газа в отсутствие звука, а  $\Delta \rho$  – изменение плотности, обусловленное распространяющейся звуковой волной. Изменение плотности вызывает изменение давления газа. Поскольку звуковые колебания совершаются очень быстро, при распространении звука не успевают происходить обмен теплом между различными элементами среды. Иными словами, распространение звука представляет собой адиабатический процесс. Поэтому изменение давления  $\Delta p$ , возникающее при распространении звука, можно представить в виде:

$$\Delta p = \left( \frac{dp}{d\rho} \right)_{\text{адиаб}} \cdot \Delta \rho,$$

где  $\left( \frac{dp}{d\rho} \right)_{\text{адиаб}}$  – производная от давления газа (или жидкости) по плотности при адиабатическом процессе. Эта формула соответствует предположению о том, что звуковые колебания являются малыми. Величину  $\Delta p$  часто называют **акустическим давлением**.

Учитывая уравнение (1.3) можно представить  $\Delta p$  в виде:

$$\Delta p = \left( \frac{dp}{d\rho} \right)_{\text{адиаб}} \cdot \rho_0 \frac{u}{v}. \quad (1.4)$$

Умножив  $\Delta p$  на  $S$ , получим силу  $F$ , с которой поршень действует на газ,

$$F = \Delta p S = \left( \frac{dp}{d\rho} \right)_{\text{адиаб}} \cdot \rho_0 \frac{u}{v} S. \quad (1.5)$$

Эта сила должна равняться изменению импульса газа за единицу времени. За время  $dt$ , как мы говорили выше, в волновое движение вовлечены частицы газа в объеме  $v dt S$ . Умножив этот объем на  $\rho_0$  и  $u$ , мы найдем изменение импульса газа за время  $dt$ .

Поэтому изменение импульса газа в единицу времени  $dp/dt = \rho_0 v S u$ .

Итак, мы можем написать равенство:

$$F = \rho_0 v S u \quad (1.6)$$

Подставляя в (1.6) найденное выше выражение для  $F$  (1.5), получим:

$$\left( \frac{dp}{d\rho} \right)_{\text{адиаб}} \cdot \rho_0 \frac{u}{v} S = \rho_0 v S u, \quad (1.7)$$

откуда

$$v = \sqrt{\left( \frac{dp}{d\rho} \right)_{\text{адиаб}}}. \quad (1.8)$$

Процесс расширения и сжатия газа при образовании звуковой волны может быть различным. Считаем его политропическим, т. е. имеющим постоянную молярную теплоемкость  $C = \text{const}$ .

Уравнение политропического процесса:  $pV^n = \text{const}$ , где  $n = (C - C_p)/(C - C_v)$ ,  $C_p$  и  $C_v$  - молярные теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме. Это же уравнение можно записать в виде

$$p = \text{const} \cdot \rho^n \quad (1.9)$$

если учесть, что  $\rho = m/V$ .

Тогда  $\frac{dp}{d\rho} = \text{const} \cdot n\rho^{n-1} = \text{const} \cdot \rho^n \frac{n}{\rho} = \frac{pn}{\rho}$ . Если считать, что газ близок по свойствам к идеальному, и использовать уравнение состояния идеального газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad \text{или} \quad \frac{p}{\rho} = \frac{RT}{\mu} \quad (1.10)$$

то получим:

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{nRT}{\mu}.$$

Скорость звука в таком газе, согласно формуле (1.8):

$$v = \sqrt{\frac{nRT}{\mu}}. \quad (1.11)$$

В действительности скорость звука настолько велика, а процессы сжатия и разрежения газа идут настолько быстро, что теплообмен произойти не успева-ет, и процесс можно считать адиабатическим с показателем:

$$n = \gamma = C_p / C_V = (i + 2) / i,$$

где  $i$  - число степеней свободы молекул газа.

Таким образом, скорость звука в воздушной (газовой) среде:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{kT}{m}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}. \quad (1.12)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $\mu$  – молярная масса газа;  $m$  — масса одной молекулы газа;  $k = \frac{R}{N_{\text{ав}}}$  – постоянная Больцмана ( $N_{\text{ав}}$  — число Авогадро).

Формула (1.12) показывает, что по порядку величины скорость звука в газе совпадает с тепловой скоростью его молекул.

Заметим, что волновой процесс распространения звука в газовой среде возникает далеко не при любых возмущениях газа. Звуковая волна появляется только в том случае, когда колебания плотности  $\rho$  и давления  $p$  подчиняются волновому уравнению:

$$\Delta\rho \equiv \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \quad (1.13)$$

и

$$\Delta p \equiv \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (1.14)$$

где  $v$  - скорость волны.

Для этого должны выполняться следующие условия:

а) вязкость газа должна быть малой, чтобы можно было пренебречь силами вязкого трения;

б) изменения плотности и давления должны быть много меньше равновесных значений:

$$|\rho - \rho_0| \ll \rho_0, \quad |p - p_0| \ll p_0;$$

в) скорость движения газа должна быть много меньше скорости волны (скорости звука):

$$v_G \ll v;$$

г) изменения давления и плотности газа должны происходить политропически.

Действительно, в этом случае для невязкого газа можно записать соответствующее второму закону Ньютона уравнение Эйлера:

$$\rho \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \rho \frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t} + \rho (\vec{v}_G \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_G = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g},$$

где дифференциальный оператор  $\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$ , и пренебречь в этом уравнении ма-

лыми поправками, пропорциональными  $v_G$  и  $(\rho - \rho_0)$ , сохраняя его в виде

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t} = -\vec{\nabla} p + \rho_0 \vec{g}. \quad (1.15)$$

Затем следует использовать уравнение непрерывности для газа:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\bar{\nabla}(\rho \bar{v}_r) \approx \bar{\nabla}(\rho_0 \bar{v}_r), \quad (1.16)$$

Взяв от (1.16) еще одну частную производную по времени, поменяв местами частные производные по независимым переменным:

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{ и } \bar{\nabla} = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z},$$

учитывая, что  $\rho_0 = \text{const}$  и подставив выражение (1.15), получим:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = -\bar{\nabla} \left( \rho_0 \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial t} \right) = -\bar{\nabla}(-\bar{\nabla} p + \rho_0 \bar{g}) = \bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla} p = \Delta p. \quad (1.17)$$

Используем теперь уравнение адиабатического процесса  $pV^\gamma = p_0V_0^\gamma$  или  $p = p_0(\rho/\rho_0)^\gamma = p_0 \left( 1 + \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^\gamma \approx p_0 \left( 1 + \gamma \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} + \dots \right)$ , так как  $\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \ll 1$ . Тогда, с учетом уравнения (1.10),  $\Delta p = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \Delta \rho = \frac{\gamma RT_0}{\mu} \Delta \rho$ , и формула (1.17), принимает вид, совпадающий с волновым уравнением (1.13), (1.14):

$$\Delta \rho = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\gamma RT_0} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2},$$

а скорость звука  $v = \sqrt{\gamma RT_0 / \mu}$  определяется уже полученной формулой (1.12).



### Уравнение бегущей волны. Фазовая скорость.

Пусть звуковая волна в газе распространяется вдоль выделенной оси  $x$ . Тогда волновое уравнение (1.13) становится одномерным:

$$\frac{\partial^2 \rho(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \rho(x,t)}{\partial t^2}. \quad (1.18)$$

Решением такого уравнения будет произвольная функция:

$$\rho(x,t) = \rho\left(t \pm \frac{x}{v}\right),$$

зависящая от единственного аргумента  $t \pm \frac{x}{v}$ .

В этом нетрудно убедиться, подставив подобную функцию в уравнение (1.18) и вычислив производные.

Таким образом, звуковая волна в газе может не быть гармонической функцией с определенной частотой  $\omega$ . В действительности, любая функция с помощью преобразования Фурье может быть представлена в виде суммы (интеграла) гармонических волн со всеми возможными частотами:

$$\rho\left(t \pm \frac{x}{v}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{\omega} \cos(\omega t \pm \omega x/v) d\omega.$$

Звуковая волна в газах может быть суммой колебаний с множеством различных частот. Чтобы выделить среди этих колебаний монохроматическую волну с определенной частотой  $\omega$ , в данной работе используется резонатор в виде трубы, заполненной воздухом и ограниченной по краям двумя плоскими мембранами (рис. 1.4).

При подаче сигнала (гармонического тока) от звукового генератора ЗГ, левая мембрана М (динамик громкоговорителя) совершает колебания с определенной частотой  $\nu$ . Точно так же колеблется мембрана в телефонной трубке, производя звук. Дойдя до второй мембраны, закрепленной на подвижном поршне П (рис. 1.4) волна может отразиться и двигаться в обратном направлении, против оси  $x$ . Складываясь, падающая на поршень и отраженная от него волны и создают в трубе **стоячую волну**.

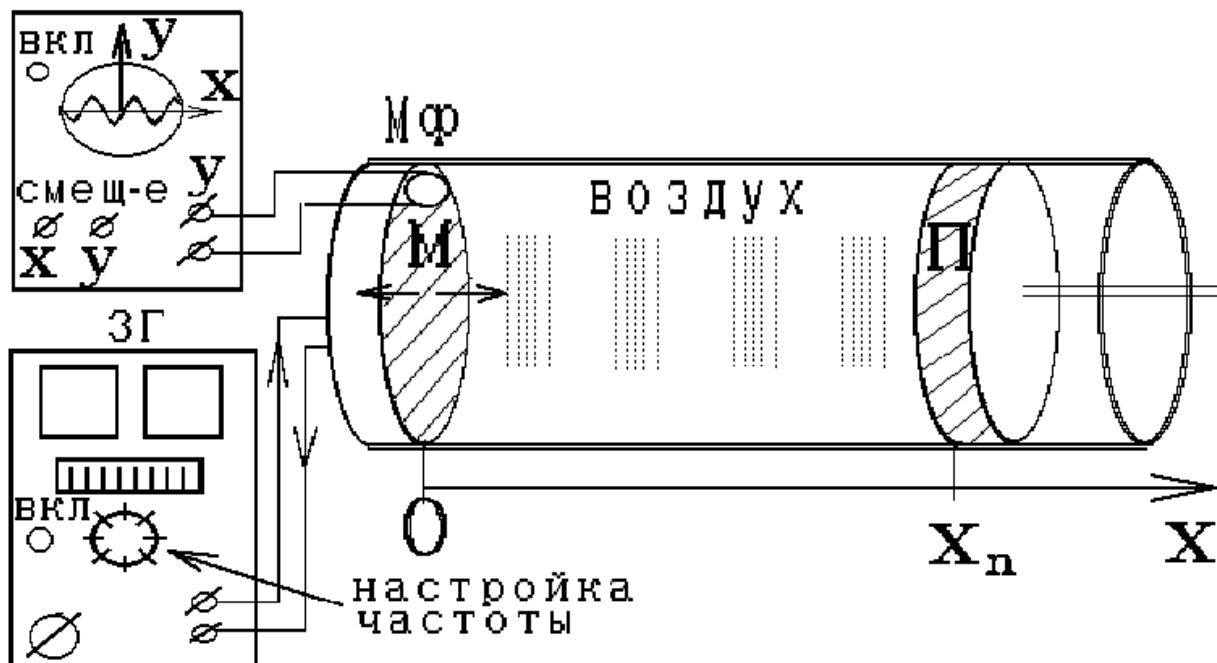


Рис. 1.4

**Бегущими волнами** называются волны, которые переносят в пространстве энергию. Перенос энергии в волнах количественно характеризуется **вектором плотности потока энергии**. Этот вектор для упругих волн называется **вектором Умова** (по имени русского ученого Н.А. Умова (1846 - 1915), решившего задачу о движении энергии в среде). Направление вектора Умова совпадает с направлением переноса энергии, а его модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

Для вывода уравнения бегущей волны — зависимости смещения колеблющейся частицы от координат и времени — рассмотрим плоскую волну, предполагая, что колебания носят гармонический характер, а ось  $x$  совпадает с направлением распространения волны (рис.1.1, рис. 1.4). В данном случае волновые поверхности перпендикулярны оси  $x$ , а так как все точки волновой поверхности колеблются одинаково, то смещение  $\xi$  будет зависеть только от  $x$  и  $t$ , т. е.:

$$\xi = f(x, t).$$

На рис. 1.1 рассмотрим некоторую частицу среды  $B$ , находящуюся от источника колебаний  $0$  на расстоянии  $x$ . Если колебания точек, лежащих в плоскости  $x=0$ , описываются функцией:

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega \cdot t),$$

то частица среды  $B$  колеблется по тому же закону, но ее колебания будут отставать по времени от колебаний источника на  $t$ , так как для прохождения

волной расстояния  $x$  требуется время  $t = x/v$ . Тогда уравнение колебаний частиц, лежащих в плоскости  $x$ , имеет вид:

$$\xi(x,t) = A \cdot \cos \omega(t - x/v), \quad (1.19)$$

Следовательно, колебания мембраны создают бегущую монохроматическую продольную волну сжатий и разрежений плотности воздуха, распространяющуюся вдоль оси  $x$ . Уравнение такой волны:

$$\rho_1(x,t) = A \cos(\omega t - kx + \alpha), \quad (1.20)$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  - циклическая частота колебаний, связанная с периодом волны соотношением  $T = 2\pi/\omega$ ;  $A$  - амплитуда колебаний плотности;  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число, где  $\lambda$  - длина волны, связанная с ее скоростью и частотой формулой

$$\lambda = vT = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{v}{\nu}.$$

Поэтому  $k = \omega/v$ . Аргумент  $(\omega t - kx + \alpha)$  в выражении для колебаний плотности (1.20) называется фазой волны, а значение фазы в начальный момент  $t=0$ , т. е.  $(-kx + \alpha)$  начальной фазой волны. Уравнения (1.19) и (1.20) эквивалентны, в (1.19) принято  $\alpha=0$ .

Из (1.19) следует, что  $\xi(x,t)$  является не только периодической функцией времени, но и периодической функцией координаты  $x$ . Уравнение (1.19, 1.20) есть **уравнения бегущей волны**.

Дойдя до второй мембраны, закрепленной на подвижном поршне П (рис. 1.4) волна может отразиться и двигаться в обратном направлении, против оси  $x$ . Если волна отражается полностью, то ее амплитуда и частота не меняются, а фаза должна измениться на  $\pi$ :

$$\rho_2(x,t) = A \cos(\omega t + kx + \alpha + \pi). \quad (1.21)$$

В общем случае, уравнение волны, бегущей против оси  $x$ :

$$\xi(x,t) = A \cdot \cos \omega(t + x/v). \quad (1.22)$$

Заметим, что все волны являются решениями одномерного волнового уравнения (1.18).

В общем случае **уравнение плоской волны**, распространяющейся вдоль положительного направления оси  $x$  в среде, не поглощающей энергию, имеет вид:

$$\xi(x,t) = A \cdot \cos[\omega(t - x/v) + \varphi_0], \quad (1.23)$$

и совпадает с уравнением для колебаний плотности (1.20).

Основываясь на формуле Эйлера уравнение плоской волны можно записать в виде:

$$\xi(x, t) = A \cdot \exp(i \cdot (\omega t - kx + \varphi_0)),$$

где физический смысл имеет лишь действительная часть.

Предположим, что при волновом процессе фаза постоянна, т. е.:

$$(\omega t - kx + \varphi_0) = \text{const.} \quad (1.24)$$

Переписав уравнение (1.24) в виде:

$$\frac{\omega t + \varphi - \text{const}}{k} = x$$

и продифференцировав  $\frac{dx}{dt}$ , найдем:

$$\frac{dx}{dt} = v. \quad (1.25)$$

Следовательно, скорость распространения волны  $v$  в уравнении (1.25) есть не что иное, как скорость перемещения фазы волны, и ее называют **фазовой скоростью**.

Повторяя ход рассуждений для плоской волны, можно доказать, что **уравнение сферической волны** (волновые поверхности которой имеют вид концентрических сфер) записывается как:

$$\xi(r, t) = \frac{A}{r} \cdot \cos(\omega t - kr + \varphi_0), \quad (1.26)$$

где  $r$  – расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды. Из уравнения (1.26) следует, что в случае сферической волны даже в среде, не поглощающей энергию, амплитуда колебаний не остается постоянной, а убывает с расстоянием по закону  $1/r$ . Уравнение (1.26) справедливо лишь для  $r$ ; значительно превышающих размеры источника (тогда источник колебаний можно считать точечным).

Из выражения (1.25) вытекает, что фазовая скорость:

$$v = \frac{\omega}{k}. \quad (1.27)$$

Если фазовая скорость волн в среде зависит от их частоты, то это явление называют **дисперсией волн**, а среда, в которой наблюдается дисперсия волн, называется **диспергирующей средой**.

### Интерференция волн.

Согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов связывают с понятием **когерентности**. Волны называются когерентными, если разность их фаз остается постоянной во времени. Очевидно, что когерентными могут быть лишь волны, имеющие одинаковую частоту. При наложении в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн в разных его точках получается усиление или ослабление результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами этих волн. Это явление называется **интерференцией волн**.

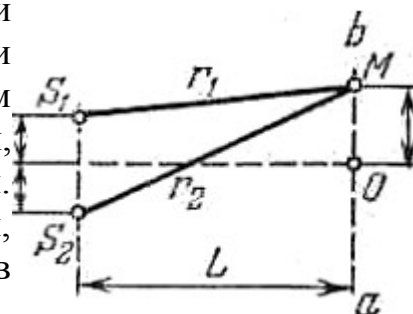


Рис. 2.1

Рассмотрим наложение двух когерентных плоских волн, возбуждаемых источниками  $S_1$  и  $S_2$  (рис.2.1), колеблющимися с амплитудами  $A_1, A_2$ , частотой  $\omega$  и постоянной разностью фаз. Согласно уравнению (1.23):

$$\xi_1 = A_1 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot r_1 + \varphi_1), \quad (2.1)$$

$$\xi_2 = A_2 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot r_2 + \varphi_2), \quad (2.2)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — расстояния от источников волн до рассматриваемой точки  $M$ ,  $k$  — волновое число,  $(\varphi_2 - \varphi_1) = \text{const}$  — разность начальных фаз обеих накладывающихся плоских волн. Амплитуда результирующей волны в точке  $M$  может быть определена по формуле:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos[k(r_2 - r_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)]. \quad (2.3)$$

Так как для когерентных источников разность начальных фаз  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  постоянна, то результат наложения двух волн в различных точках зависит от величины  $\Delta = r_1 - r_2$ , называемой **разностью хода волн**.

В точках, где

$$k(r_1 - r_2) - (\varphi_2 - \varphi_1) = \pm 2m\pi \quad (\text{где } m = 0, 1, 2, \dots), \quad (2.4)$$

наблюдается **интерференционный максимум**; амплитуда результирующего колебания  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2$ .

В точках, где

$$k(r_1 - r_2) - (\varphi_2 - \varphi_1) = \pm (2m + 1)\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (2.5)$$

наблюдается **интерференционный минимум**; амплитуда

результатирующего колебания  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ ,  $m$  – называется соответственно **порядком интерференционного максимума** или **минимума**.

Так как волновое число равно  $k = 2\pi/\lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны в данной среде, то условие интерференционных максимумов и минимумов при  $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$  можно представить в виде:

$$\Delta = \pm m\lambda \quad - \text{максимумы}, \quad (2.6)$$

$$\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2} \quad - \text{минимумы}. \quad (2.7)$$

### Стоячие волны.

Особым случаем интерференции волн являются стоячие волны. Стоячие волны образуются при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу с одинаковыми частотами и амплитудами.

Для вывода уравнения стоячей волны предположим, что две плоские волны распространяются навстречу друг другу вдоль оси  $x$  в среде без затухания, причем обе волны характеризуются одинаковыми амплитудами и частотами. Кроме того, начало координат выберем в точке, в которой обе волны имеют одинаковую фазу, а отсчет времени начнем с момента, когда фазы обеих волн равны нулю. Тогда соответственно уравнения волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси  $x$ , и волны, распространяющейся ей навстречу, будут иметь вид:

$$\xi_1 = A \cdot \cos(\omega t - kx), \quad (2.8)$$

$$\xi_2 = A \cdot \cos(\omega t + kx). \quad (2.9)$$

Сложив эти уравнения и учитывая, что  $k = 2\pi/\lambda$ , получим уравнение **стоячей волны**:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos(kx) \cdot \cos(\omega t) = 2A \cos(2\pi x/\lambda) \cdot \cos(\omega t) \quad (2.10)$$

Из уравнения стоячей волны (2.10) вытекает, что в каждой точке этой волны происходят колебания той же частоты  $\omega$  с амплитудой:

$$A_{ст} = |2A \cos(2\pi x/\lambda)|,$$

зависящей от координаты  $x$  рассматриваемой точки.

В точках среды, где:

$$2\pi x/\lambda = \pm m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (2.11)$$

амплитуда колебаний достигает максимального значения, равного  $2A$ .

В точках среды, где:

$$2\pi x/\lambda = \pm (m + 1/2)\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (2.12)$$

амплитуда колебаний обращается в нуль.

Точки, в которых амплитуда колебаний максимальна ( $A_{\text{ст}} = 2A$ ), называются **пучностями стоячей волны**, а точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю ( $A_{\text{ст}} = 0$ ), называются **узлами стоячей волны**. Точки среды, находящиеся в узлах, колебаний не совершают.

Из выражений (2.11) и (2.12) получим соответственно координаты пучностей и узлов:

$$x_{\text{пуч}} = m \frac{\lambda}{2} \quad (2.13)$$

$$x_{\text{узел}} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad (2.14)$$

где  $m=0; 1; 2; 3; \dots$

Из формул (26) и (27) следует, что расстояния между двумя соседними пучностями и двумя соседними узлами одинаковы и равны  $\lambda/2$ . Расстояние между соседними пучностью и узлом стоячей волны равно  $\lambda/4$ . Аналогичные выводы получим и для колебания плотности воздуха  $\rho$  рис. 2.2.

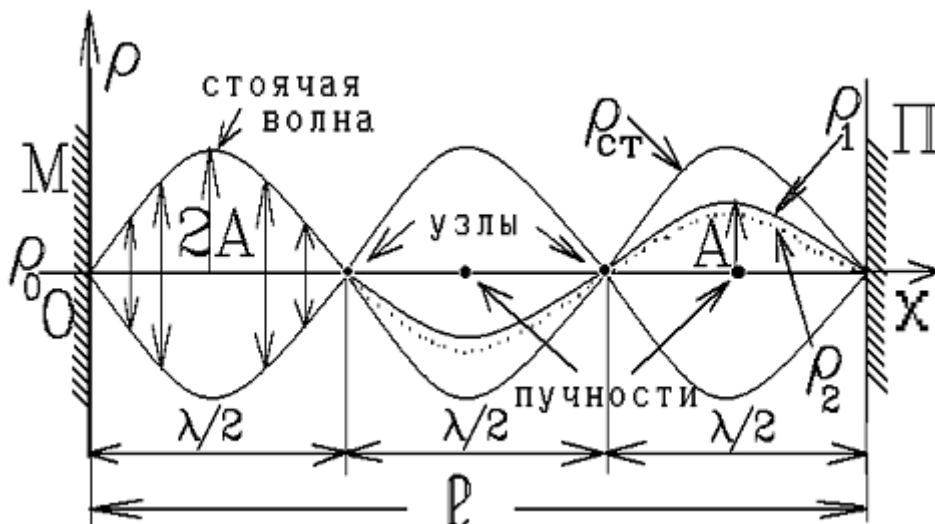


Рис. 2.2



Если поршень П рис. 1.4 жестко закреплен и не может колебаться, то звуковая волна должна отражаться в узле (рис. 2.2). Иначе плотность воздуха при отражении менялась бы мгновенным скачком.

Как видно из формул (2.13, 2.14), или из рис. 2.2 расстояние между соседними узлами (или пучностями) равно  $\frac{\lambda}{2}$ . Поэтому, если расстояние между двумя неподвижными боковыми стенками равно целому числу длин полувольт (рис. 2.2):

$$\ell = m\lambda/2, \text{ где } m = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.15)$$

то между ними может установиться стоячая звуковая волна (колебания плотности воздуха между узлами, в которых колебаний нет и плотность воздуха равна равносному значению  $\rho_0$ ).

Если условие (2.15) не выполняется, то стенка (поршень П) не может оказаться в узле, и подошедшая бегущая звуковая волна (1.20) должна ее раскачивать. Значительная часть волны поглощается стенкой, а отраженная волна придет к противоположной стенке (мембрана М) опять не в узле, и тоже будет поглощаться ею. Поэтому система, изображенная на рис. 2.2, будет акустическим резонатором - в ней, в виде устойчивых стоячих волн, существуют звуковые колебания только с теми  $\lambda$ , которые удовлетворяют условию (2.15). Таким образом, резонатор рис. 2.2 служит, чтобы выделить среди всех колебаний монохроматическую волну с определенной длиной волны  $\lambda$ .

В действительности **гибкая мембрана М** и поршень П рис. 1.4 не являются жестко закрепленными стенками, а колеблются вместе с воздухом в трубке (рис. 2.3). Но между мембраной и поршнем по-прежнему может установиться стоячая волна, как показано на рис. 2.3, **если колебания стенок происходят в одной фазе с колебаниями воздуха.**

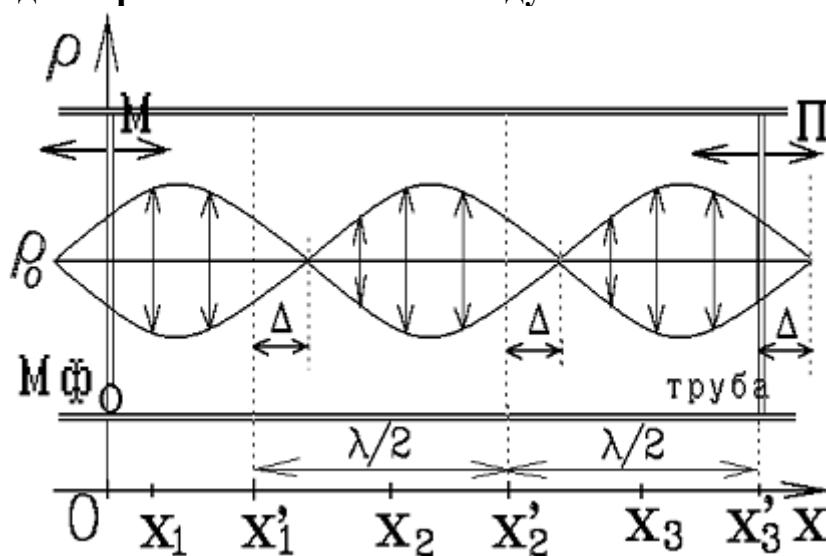


Рис. 2.3



При этом амплитуды колебаний  $M$  и мембраны микрофона  $M_{\text{ф}}$  максимальны (условие резонанса), и на экране осциллографа  $O$  (рис. 1.4), на котором развернут во времени сигнал, приходящий от микрофона  $M_{\text{ф}}$ , видна синусоида с максимальной амплитудой.

При плавном перемещении поршня  $\Pi$  условия образования стоячей волны нарушаются, стенки  $M$  и  $\Pi$  начнут колебаться не в одной фазе с колебаниями воздуха, звуковая волна будет поглощаться ими, а амплитуды колебаний мембраны и микрофона и синусоида на экране осциллографа начнут уменьшаться. Эти амплитуды уменьшатся до минимума, а затем снова станут возрастать и станут максимальными, если поршень  $\Pi$  передвинуть на расстояние  $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$ .

Когда поршень  $\Pi$  оказывается в точках с координатами  $x_1, x_2, \dots$ , сдвинутых относительно узлов на одинаковые расстояния  $\Delta$  (рис. 2.3), в трубе устанавливаются стоячие волны с разным числом пучностей (1, 2, 3, ...).

В отличие от бегущей волны, все точки которой совершают колебания с одинаковой амплитудой, но с запаздыванием по фазе (в уравнениях (2.8) и (2.9) для бегущей волны фаза колебаний зависит от координаты  $x$  рассматриваемой точки), все точки стоячей волны между двумя узлами колеблются с разными амплитудами, но с одинаковыми фазами (в уравнении (2.10) стоячей волны аргумент косинуса не зависит от  $x$ ). При переходе через узел множитель  $2A \cos(2\pi x/\lambda)$  меняет свой знак, поэтому фаза колебаний по разные стороны от узла отличается на  $\pi$ , т.е. точки, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе.

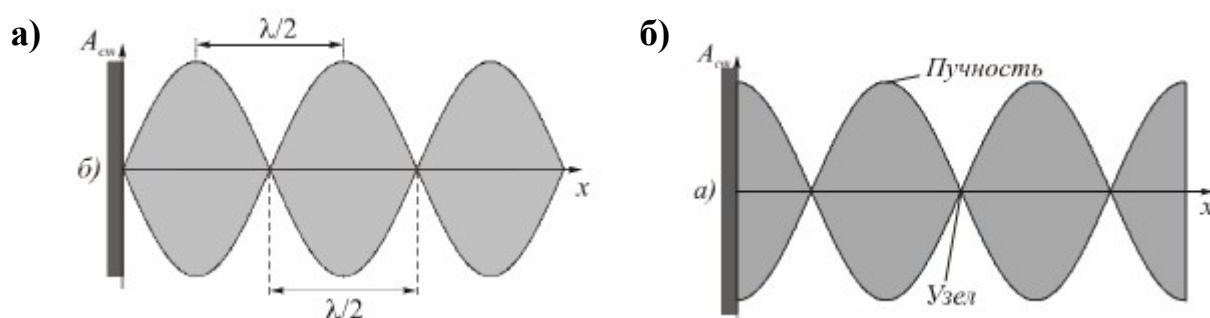


Рис. 2.4

Образование стоячих волн наблюдают при интерференции бегущей и отраженной волн. Например, если конец веревки закрепить неподвижно, то отраженная в месте закрепления веревки волна будет интерферировать с бегущей волной и образует стоячую волну. На границе, где происходит отражение волны, в данном случае получается узел. Будет ли на границе отражения узел или пучность, зависит от соотношения плотностей сред. Если среда, от которой происходит отражение, менее плотная, то в месте отражения получается пучность (рис. 2.4а), если более плотная, то узел (рис. 2.4б). Образование узла связано с тем, что волна, отражаясь от более плотной среды, меняет фазу на противо-

ложную и у границы происходит сложение колебаний противоположных направлений, в результате чего получается узел. Если же волна отражается от менее плотной среды, то изменения фазы не происходит и у границы колебания складываются с одинаковыми фазами, в результате чего получается пучность.

Если рассматривать бегущую волну, то в направлении ее распространения переносится энергия колебательного движения. В случае же стоячей волны **переноса энергии не происходит**, так как падающая и отраженная волны равной амплитуды несут одинаковую энергию в противоположных направлениях. Поэтому полная энергия результирующей стоячей волны, заключенной между узловыми точками, остается постоянной. Лишь в пределах расстояний, равных половине длины волны, происходят взаимные превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно.

Отметим также, что иногда для удобства записей вводят понятие длины стоячей волны  $\lambda_{ст}$ , которая согласно рис. 2.2, рис. 2.4 равна половине длины  $\lambda$  бегущей волны:

$$\lambda_{ст} = \frac{\lambda}{2} \quad (2.16)$$

Заметим также, что утверждение для узлов и пучностей рис. 2.2 справедливо для колебательного смещения частиц среды. Для звукового давления  $p_0$  на стенке имеет место пучность давления, а первый узел отстоит от стенки на  $\lambda/4$ . Микрофон, используемый в качестве приемника звука в нашей работе, "реагирует" на звуковое давление  $P$  и поэтому в идеальном случае обнаруживает пучность при  $x=l$ . Картина стоячей волны для звукового давления  $P$  будет такой, как если бы отражающая стенка была сдвинута к началу координат на  $x=\lambda/4$  (пунктир на рис.2.5).

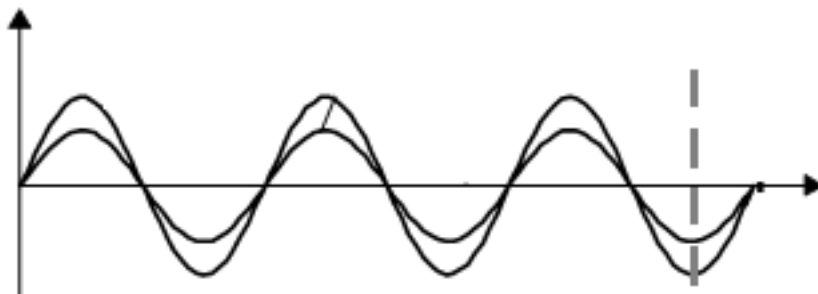


Рис. 2.5

Также при написании уравнения (2.9) мы не учитывали дополнительную фазу  $\pi$ , приобретаемую волной при отражении от более плотной оптической среды (подвижного поршня П). Утверждение об изменении фазы на  $180^\circ$  справедливо, если в качестве параметра  $\xi(x,t)$ , описывающего волну, выбрано колебательное смещение частиц среды. Если же параметром  $\xi(x,t)$  служит звуковое давление  $P$ , то фаза отраженной волны при нормальном падении (перпендикулярном стенке) не изменяется. Однако, в обоих случаях расстояния между двумя соседними пучностями либо двумя соседними узлами одинаковы и равны  $\lambda/2$  рис. 2.4.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.

### Приборы и оборудование.

Блок-схема для исследования явления акустического резонанса приведена на рис. 3.1.

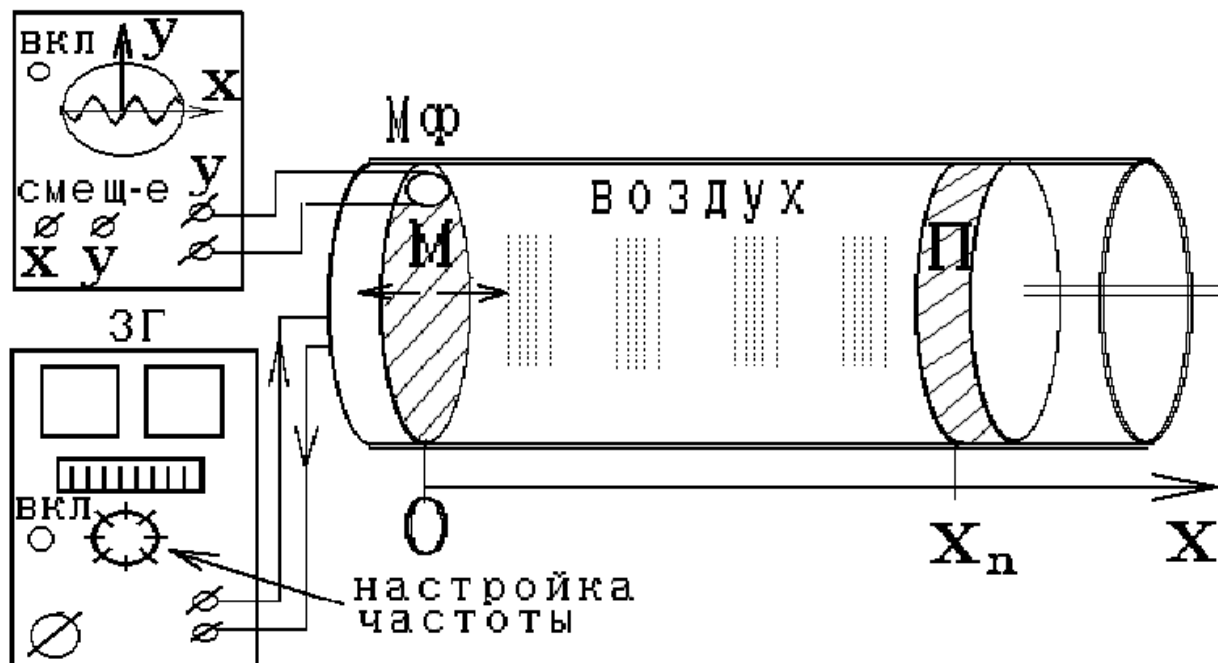


Рис. 3.1

Основными элементами установки являются: излучатель — мембрана М головки громкоговорителя, приемник Мф (микрофон) и подвижный поршень-отражатель продольных волн П, которые компланарно расположены внутри цилиндрической пластмассовой трубы с воздухом (РЕЗОНАТОР). Излучатель и приемник звуковых волн неподвижно закреплены на одном конце основания трубы. Поршень - отражатель П закреплен на конце подвижного стержня, который введен через другой конец трубы и свободно может перемещаться вдоль ее оси. В качестве излучателя звуковых волн используется головка громкоговорителя (динамик), а в качестве приемника — электретный микрофон. Излучатель подключен к выходу генератора синусоидальных колебаний (ЗГ), а приемник Мф — к входу У электронного осциллографа.

Для регулировки частоты гармонического сигнала с выхода ЗГ используются ручки управления «ЧАСТОТА ГРУБО, ПЛАВНО», расположенные на передней панели «ПУЛЬТА УПРАВЛЕНИЯ». Для регулировки амплитуды, поступающий с выхода ЗГ на мембрану М (динамик) служит ручка «АМПЛИТУДА».

Для начала работы необходимо соединить соответствующие выходы «ПУЛЬТА УПРАВЛЕНИЯ» со входами «РЕЗОНАТОРА» (трубки с воздухом). При этом выход «ДИНАМИК», соединяется со входом «ДИНАМИК» резонатора, выход «ПИТАНИЕ МИКРОФОНА + —» соединяется с соответствующим

входом резонатора, строго соблюдая полярность! Сигнал с микрофона («ВЫХОД Y» резонатора) подается на резистивный вход Y электронного осциллографа с помощью встроенного осциллографического провода типа BNC.

Положение отражателя звуковых волн в акустической трубе определяется по миллиметровой линейке, закрепленной непосредственно на боковой поверхности подвижного стержня.

Если постепенно отодвигать поршень от телефонной мембраны, то можно добиться резонанса, то есть максимального звучания воздушного столба, заключенного в трубе, при этом будет слышно последовательно усиление и ослабление звука. В этом случае в трубе образуются стоячие волны, причем расстояния между двумя соседними пучностями либо двумя соседними узлами одинаковы и равны  $\lambda/2$  рис. 2.4.

В работе находят расстояние  $\Delta x = \lambda/2$  между двумя ближайшими положениями поршня – двумя соседними пучностями, соответствующими наибольшей громкости звука либо двумя соседними узлами, соответствующими наименьшей громкости звука. Таким образом, находя из эксперимента длину звуковой волны  $\lambda$  определяют фазовую скорость  $v$  распространения звуковой волны в воздухе из формулы (1.2):

$$v = \lambda \cdot \nu \quad [\text{м/с}] \quad (3.1)$$

частоту гармонического сигнала  $\nu$  и амплитуду сигнала  $U_m$  при этом определяют по показаниям электронного осциллографа рис. 3.2.

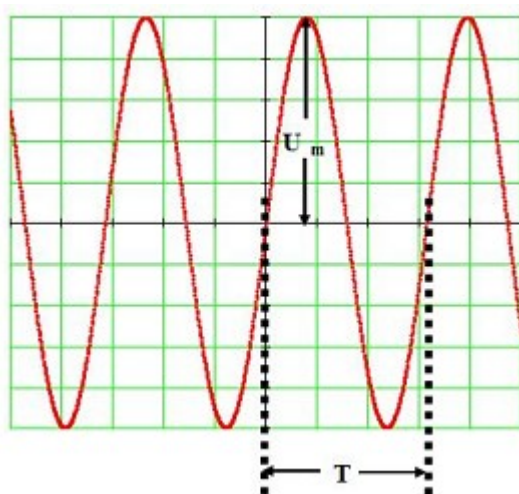


Рис. 3.2

Частотой  $\nu$  переменного периодического сигнала называется величина обратная периоду  $T$ :

$$\nu = 1/T \quad (3.2)$$

### Порядок выполнения.

1. Перед включением установки в сеть необходимо убедиться в целостности сетевых и соединительных проводов. Все соединительные провода и контрольные точки использовать следует только по назначению, запрещается замыкать выход нагрузки и выходы контрольных точек.
2. Включить установку и осциллограф в сеть  $\sim 220$  В с помощью прилагаемого силового сетевого кабеля евро-стандарта. Поставить переключатель есть на панели учебного модуля и осциллографа в положение «ВКЛ», при этом должен загореться сигнальный индикатор «СЕТЬ».
3. Для начала работы необходимо соединить соответствующие выходы «ПУЛЬТА УПРАВЛЕНИЯ» со входами «РЕЗОНАТОРА» (трубки с воздухом). При этом выход «ДИНАМИК», соединяется со входом «ДИНАМИК» резонатора, выход «ПИТАНИЕ МИКРОФОНА + —» соединяется с соответствующим входом резонатора, **строго соблюдая полярность, указанную на клеммах!** Сигнал с микрофона («ВЫХОД Y» резонатора) подается на резистивный вход Y электронного осциллографа с помощью встроенного осциллографического провода типа BNC.
4. Поставить ручки управления «ЧАСТОТА, ГРУБО, ПЛАВНО» и «АМПЛИТУДА» на панели «ПУЛЬТА УПРАВЛЕНИЯ» в среднее положение.
5. Выдвинуть шток подвижного поршня резонатора в среднее положение (80 — 120 см по показаниям измерительной линейки).
6. Вращением ручек VOLTS/DIV и TIME/DIV (ВОЛЬТ/ДЕЛ и ВРЕМЯ/ДЕЛ) и ручек POSITION осей X и Y на электронном осциллографе добиться визуально наиболее удобного изображения сигнала. Для дополнительной синхронизации можно использовать ручку LEVEL. Ручка «Y-LINE-EXT» метода синхронизации должна находиться в положении INT ВНУТР (синхронизация внутренним сигналом). **При этом следует учитывать, что оси X (время) и Y (амплитуда) откалиброваны правильно (т. е. подписи у ручек VOLTS/DIV и TIME/DIV верны) только при повернутых до упора ручках плавной регулировки VOLT VAR. и TIME VAR.**
7. Медленно перемещая шток подвижного поршня добиться резкого возрастания амплитуды стоячей волны в резонаторе.
8. Плавным вращением ручки «АМПЛИТУДА» пульта управления установить такую амплитуду гармонического сигнала с выхода ЗГ, при которой сигнал с микрофона Мф на электронном осциллографе наблюдается с возможно меньшим количеством искажений (должен наблюдаться сигнал, как можно более близкий к синусоиде рис. 3.2). Определить амплитуду  $U_m$ , период T и частоту  $\nu=1/T$  сигнала.
9. Приступить к измерению длины волны  $\lambda$  в резонаторе. Для этого следует медленно перемещать подвижный шток до момента резкого возрастания амплитуды сигнала на осциллографе и по слуховым ощущениям. Записать значение координаты первой определенной вами пучности сигнала

$x_{1\text{пуч}}$ . по показаниям измерительной линейки.

10. Продолжая плавно изменять положение подвижного поршня, определить координату **первого узла стоячей волны** (первый минимум амплитуды сигнала)  $x_{1\text{узел}}$ .
11. Медленно и равномерно двигая поршень от мембраны, определить координаты следующих пучностей  $x_{2\text{пуч}}, x_{3\text{пуч}}, \dots, x_{n\text{пуч}}$  и следующих узлов  $x_{2\text{узел}}, x_{3\text{узел}}, \dots, x_{n\text{узел}}$  стоячей волны. Измерение координат необходимо произвести для 5-6 узлов и 5-6 пучностей.
12. По разности координат  $\Delta x$  для всех найденных вами соседних пучностей и соседних узлов определить длину волны по формуле:

$$\lambda = 2 \cdot \Delta x = 2 |x_{n\text{пуч}} - x_{n+1\text{пуч}}| = 2 |x_{n\text{узел}} - x_{n+1\text{узел}}|$$

13. Рассчитать среднее значение длины волны  $\lambda$ .
14. По формуле (3.1)  $v = \lambda \cdot \nu$  рассчитать среднюю скорость звуковых волн в воздухе при данной температуре по данным всех измерений.
15. Вращая ручки «ЧАСТОТА ГРУБО, ПЛАВНО», изменить частоту гармонического сигнала с выхода генератора и повторить пп. 5-14.
16. По данным всех предыдущих опытов вычислить среднее значение скорости звука  $\langle v \rangle$  при данных условиях эксперимента.
17. По формуле (1.12) определить показатель адиабаты воздуха:

$$\gamma = \frac{\langle v \rangle^2 \mu}{RT}$$

при расчетах принять:

универсальная газовая постоянная  $R=8,31$  [Дж/(моль·К)]; температура окружающей среды  $T=300$  К; молярная масса воздуха  $\mu=0,029$  [кг/моль].

18. Сравнить полученную вами среднюю скорость звука  $\langle v \rangle$  и показатель адиабаты  $\gamma$  воздуха с табличными значениями при комнатной температуре:

$$v_{\text{табл}}=343 \text{ м/с}; \gamma_{\text{табл}}=1,4$$

19. По окончании работы поставить переключатель «СЕТЬ» на панели установки и осциллографа в положение «выкл», при этом должен погаснуть индикатор сеть и вынуть сетевые вилки из розеток.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Что является звуковой волной в газах, жидкостях и твердых телах? Почему такие волны продольны? Какие величины испытывают колебания?
2. Что такое волновое уравнение? Как его записать для звуковой волны в газе? Какие решения имеет одномерное волновое уравнение? Какая волна называется монохроматической?
3. При каких условиях может возникнуть звуковая волна в газе? Попробуйте с помощью этих условий получить волновое уравнение (1.13). Каким образом скорость звука входит в волновое уравнение?
4. Запишите уравнение монохроматической звуковой волны, являющейся решением волнового уравнения (1.18). Докажите подстановкой правильность такого решения. Почему такая волна называется бегущей? Как записать уравнение монохроматической волны, распространяющейся вдоль оси  $x$ ? против оси  $x$ ?
5. Что является амплитудой? фазой? начальной фазой бегущей световой волны? Как связана ее длина волны  $\lambda$  с частотой  $\nu$ , с циклической частотой  $\omega$ ? Как определить через  $\lambda$  и  $\omega$  волновое число?
6. Что происходит с амплитудой, частотой и фазой звуковой волны в воздухе при отражении от стенки? Как они меняются?
7. Сложите падающую и отраженную волны и получите стоячую звуковую волну (2.10). Чем она отличается от бегущей волны? Переносит ли стоячая волна энергию и, если нет, то почему? Какой вид имеет амплитуда стоячей волны? Что такое узлы и пучности стоячей волны и на каком расстоянии друг от друга они находятся?
8. При каких условиях образуется стоячая волна в трубе, если ее стенки абсолютно неподвижны? если боковые стенки могут колебаться? Почему труба называется акустическим резонатором?
9. Почему при перемещении поршня  $P$  амплитуда синусоиды на экране осциллографа становится то максимальной, то минимальной? Можно ли с определить положения поршня, при которых эта амплитуда максимальна или минимальна?
10. Получите формулу (1.8) для скорости звука в газах. С помощью этой формулы определите скорость звука при любом политропическом процессе по указанию преподавателя (например, для процессов  $p = \frac{const}{V}$ ,  $VT^2 = const$  и т. п.). Какие процессы называются политропическими?
11. Почему истинная формула для скорости звука в воздухе определяется для адиабатического процесса? Каково уравнение адиабатического процесса? Что такое показатель адиабаты и как он зависит от свойств газов? от числа степеней свободы молекул?
12. Почему воздух считается идеальным газом? Как плотность такого газа

зависит от давления (получить с помощью уравнения состояния). От каких физических параметров зависит скорость звука в воздухе? Почему в формулу (1.12) подставляют температуру равновесного состояния и какое состояние будет равновесным?

13. Как изменится величина скорости звука если: а) температуру воздуха увеличить или уменьшить в два раза? б) заменить воздух в трубе на углекислый газ? в) давление воздуха увеличить или уменьшить в 2 раза.
14. Считая воздух идеальным газом, определите по полученной в работе величине показателя адиабаты  $\gamma$  молярную теплоемкость при постоянном объеме  $C_v$ . Сравните ее с величиной  $C_v$  для двухатомного газа.



**РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.**

1. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. Учебник. 4-е изд., испр.–М.: В.Ш., 2002.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1. Механика: Учеб. пособие для студентов физических специальностей высших учебных заведений. –М.: Наука, 1989.
3. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие для втузов. –М.: Наука, 1987.
4. Руководство к лабораторным работам по физике. Под ред. Л.Л. Гольдина: Учеб. пособие для вузов. –2-е изд., перераб. и доп. –М.: Наука, 1973.

**ДЛЯ СВОБОДНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ  
НПО УЧЕБНОЙ ТЕХНИКИ «ТУЛАНАУЧПРИБОР»**