НПО УЧЕБНОЙ ТЕХНИКИ «ТУЛАНАУЧПРИБОР»

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

ФЭЛ-2

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Тула, 2009 г

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: с помощью встроенного генератора импульсов и электронного осциллографа получить затухающие электромагнитные колебания; определить период электромагнитных колебаний, логарифмический декремент затухания, коэффициент затухания и другие параметры колебательного контура.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ.

Колебательные движения. Основные характеристики колебательного процесса.

Колебаниями, или *колебательными движениями,* называются движения, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени. По своей физической природе колебания весьма разнообразны. К ним относятся механические колебания (качание маятника, колебания струны, стержней и т.д.), электромагнитные колебания и др. Колебания называются периодическими, если значения физических величин, изменяющихся в процессе колебания, повторяются через одинаковый промежуток времени. *Периодом* колебаний T называется тот наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются значения всех физических величин, характеризующих колебательное движение точки. За это время совершается одно полное колебание. *Частотой* периодических колебаний ν называется число полных колебаний, совершаемых за единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T} \qquad (1.1)$$

Простейшим типом периодических колебаний являются гармонические (синусоидальные) колебания.

В этом случае смещение колеблющейся точки происходит по гармоническому закону:

$$x = x_0 \sin\left(\omega \cdot t + \varphi\right) \qquad (1.2)$$

Величина x_0 (наибольшее значение отклонения точки от положения равновесия) называется *амплитудой* колебаний, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ - *круговая* (или *циклическая) частота* колебаний, φ_0 - *начальная фаза* наблюдений.

Дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет величина x, имеет следующий вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad (1.3)$$

Если на колеблющееся тело действует сила трения, то энергия системы, а вместе с ней и амплитуда колебаний убывают (энергия расходуется на работу против сил трения и превращается в тепло). Происходит постепенное затухание колебаний (рис. 1). Затухающие колебания не являются гармоническими. При рассмотрении негармонических колебаний, строго говоря, уже нельзя употреблять термин "амплитуда", он имеет определенный смысл только для гармонических колебаний. Однако этот термин применяют и к негармоническим колебаниям, понимая под амплитудой наибольшее значение, которого достигает смещение в течение одного периода колебаний. Закон убывания амплитуды колебаний зависит от характера сил трения, действующих на колеблющееся тело.

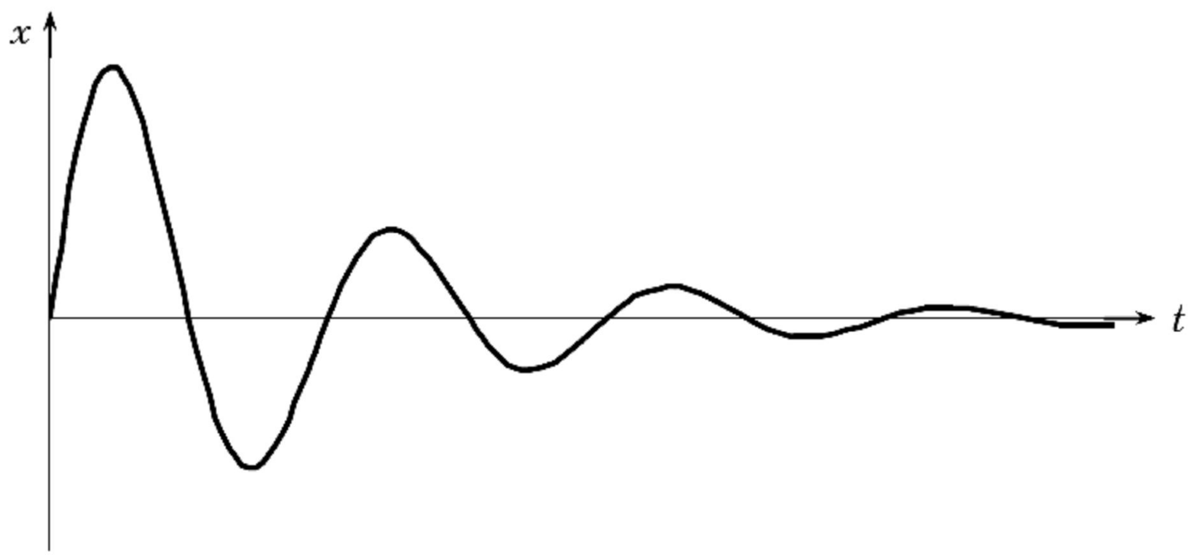


Рис. 1. График зависимости от времени смещения x тела, совершающего затухающие колебания.

Наиболее простым и вместе с тем распространенным является случай, когда сила трения f пропорциональна скорости колеблющегося тела:

$$f_x = -b\frac{dx}{dt} \qquad (1.4)$$

В этом случае уравнение движения имеет следующий вид:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F \qquad (1.5)$$

где m - степень "сопротивления" системы внешним воздействиям, ее инертность (масса - в механике, индуктивность - в электромагнитных явлениях);

b - степень замедления движения из-за необратимой диссипации энергии (коэффициент трения, активное сопротивление);

k - степень стремления к положению равновесия (коэффициент упругости в механике, величина обратная электроемкости в электричестве);

F - внешняя (вынуждающая) сила.

Если F постоянна или отсутствует, то колебания называются собственными или свободными. Основные параметры колебаний определяются свойствами самой колебательной системы, за исключением амплитуды, которая задается начальной энергией. Решение уравнения (1.5) имеет вид:

$$x = x_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0); \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\,, \tag{1.6}$$

где $\beta = \dfrac{b}{2m}$ - коэффициент затухания;

$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ - циклическая частота свободных колебаний системы в отсутствии трения;

x_0, φ_0 – константы, зависящие от начальных условий колебательного процесса.

Амплитуда затухающих колебаний убывает с течением времени по экспоненциальному закону:

$$A = x_0 e^{-\beta t} \tag{1.7}$$

Если в некоторый момент времени t_1 амплитуда колебаний имеет значение, $A_1 = x_0 e^{-\beta t_1}$, то через период T ее значение будет $A_2 = x_0 e^{-\beta(t_1+T)}$. Отношение обоих значений равно:

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{-\beta T} \tag{1.8}$$

Таким образом, отношение значений двух последовательных амплитуд колебаний:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \frac{A_n}{A_{n+1}} = \mathrm{const} \tag{1.9}$$

есть величина постоянная, называемая *декрементом затухания.* Натуральный логарифм этого отношения:

$$\lambda = \ln\frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{1}{N}\ln\frac{A_0}{A_N} = \beta T \tag{1.20}$$

называется *логарифмическим декрементом затухания.*

Логарифмический декремент затухания - величина, обратная числу колебаний N, по истечении которых амплитуда уменьшается в e раз: $\lambda = \dfrac{1}{N}$ (e – основание натуральных логарифмов).

Промежуток времени τ, необходимый для этого, называется временем релаксации:

$$\tau = N \cdot T = \frac{1}{\beta}. \quad (1.21)$$

В зависимости от величины τ колебания в контуре получается слабо или сильно затухающими. Чем меньше трение и чем больше *m*, тем меньше затухание, то есть тем ближе кривая (1.6) приближается к синусоиде (1.2). При значительном возрастании трения декремент затухания так же, как и период:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (1.22)$$

увеличивается.

При $\beta = \omega_0$ выражение (1.22) обращается в бесконечность и движение из колебательного превращается в апериодическое (рис. 2).

В настоящей работе определение параметров затухающего колебательного процесса проводится для электрического колебательного контура, состоящего из катушки индуктивности *L* и емкости С.

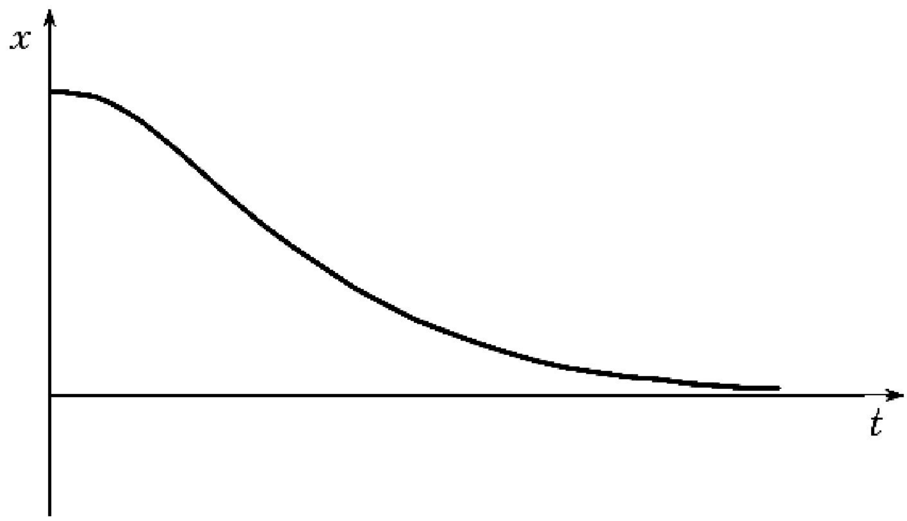


Рис. 2. Зависимость смещения *x* от времени при сильном затухании $\beta \geq \omega_0$.

Колебательный контур. Затухающие электрические колебания.

В данной работе колебательный процесс изучается на примере электрических затухающих колебаний.

В цепи, содержащей катушку индуктивности L и конденсатор емкости C могут возникать электрические колебания, при которых электрические величины (заряды, токи, электрические и магнитные поля) изменяются периодически. Переменное электромагнитное поле распространяется в пространстве со скоростью, равной скорости света (с=$3\cdot10^8$м/с). Поэтому, если линейные размеры ℓ контура не слишком велики ($\ell << c/\nu$, где ν - частота колебаний в контуре), то можно считать, что в каждый момент времени t сила тока I во всех частях контура одинакова. Такой переменный ток называется квазистационарным. Это позволяет нам использовать тот факт, что мгновенные значения квазистационарных токов подчиняются закону Ома.

Рассмотрим идеализированный контур, сопротивление которого пренебрежимо мало (R=0). Если зарядить конденсатор от батареи до напряжения U_0 (рис.1,а), а затем замкнуть переключатель K, то конденсатор начнет разряжаться через катушку; в ней появляется ток I, создающий магнитное поле (рис.1,б), и в контуре возникнут электромагнитные колебания. Изменение магнитного поля тока приводит к возникновению в цепи электродвижущей силы самоиндукции E_i, замедляющий быстроту разряда. При уменьшении тока возникает электродвижущая сила, направленная в ту же сторону, что и вызвавший ее появление ток. Это приводит к тому, что после разряда конденсатора ток не прекращается сразу, а в течение некоторого времени продолжает течь в том же направлении и перезаряжает обкладки конденсатора. Затем процесс разряда начинается снова, но протекает теперь в обратном направлении. В результате вторичного перезарядке конденсатора система возвращается в исходное состояние, после чего происходит повторение тех же процессов. Время в течение, которого конденсатор заряжается и разряжается, называется периодом собственных колебаний.

В начальный момент, когда конденсатор полностью заряжен, в нем накоплена электрическая энергия:

$$W_E = \frac{CU_0^2}{2}, \qquad (2.1)$$

где U_0 - максимальное напряжение на конденсаторе.

Во время разряжения конденсатора электрическая энергия превращается в энергию магнитного поля катушки и когда конденсатор полностью разряжен вся электрическая энергия переходит в магнитную:

$$W_M = \frac{LI_0^2}{2}, \qquad (2.2)$$

где I_0 - наибольшая величина тока в контуре.

При перезарядке конденсатора энергия магнитного поля снова превращается в энергию электрического поля. В контуре возникают незатухающие электромагнитные колебания, т.е. периодически изменялись (колебались) бы заряд q на обкладках конденсатора, напряжение U на конденсаторе и сила тока I, текущего через катушку индуктивности.

По второму правилу Кирхгофа для контура при $R = 0$:

$$U = E_i \ , \qquad (2.3)$$

где U - напряжение на конденсаторе; E_i - ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке при протекании в ней переменного тока.

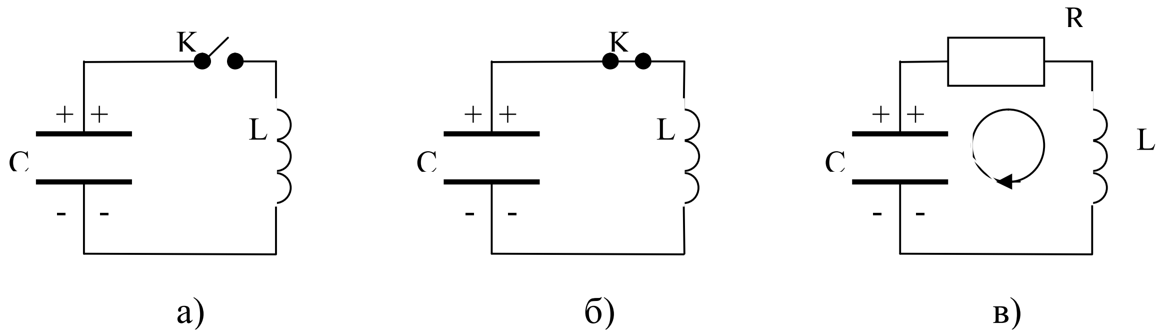
$$E_i = -L\frac{dI}{dt} \ , \qquad (2.4)$$

где

$$I = \frac{dq}{dt} \ , \qquad (2.5)$$

так как $q = CU$, то из (2.4) и (2.5) получаем:

$$I = C\frac{dU}{dt} \ , \quad E_i = -LC\frac{d^2U}{dt^2} \ . \qquad (2.6)$$



Подставим последнее выражение в (2.3), получим дифференциальное уравнение незатухающих гармонических колебаний:

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{1}{LC}U = 0 \ . \qquad (2.7)$$

Решением этого уравнения является:

$$U = U_0 \cos\omega_0 t \ ,$$

где U_0 - амплитудное значение напряжения, которое не зависит от времени; ω_0 - собственная частота контура, равная:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \ ,$$

а период собственных незатухающих колебаний:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \ .$$

Однако, в реальности проводники контура всегда обладают электрическим сопротивлением, поэтому часть энергии в процессе колебаний расходуется на нагрев проводников. Вследствие этого амплитуда электромагнитных колебаний в контуре постепенно уменьшается, и в нем происходят затухающие колебания. Рассмотрим реальный колебательный контур, содержащий катушку индуктивности L, конденсатор емкостью C и сопротивление R (рис.1,в).

По второму правилу Кирхгофа для такого контура:

$$U + IR = E_i \tag{2.8}$$

где $U_R = IR$ - напряжение на сопротивлении.

Используя соотношения (2.4), (2.5) и (2.6), уравнение (2.8) примет вид:

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{RdU}{Ldt} + \frac{1}{LC}U = 0 \tag{2.9}$$

Дифференциальное уравнение (2.9) описывает затухающие колебания. Его решением является:

$$U = U_0 e^{-\beta t}\cos\omega t\ , \tag{2.10}$$

где β - коэффициент затухания, ω - частота затухающих колебаний.

Изменение напряжения на конденсаторе от времени графически представлено на рис.2

Коэффициент затухания β равен:

$$\beta = \frac{R}{2L}\ , \tag{2.11}$$

Циклическая частота затухающих колебаний ω равна:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \tag{2.12}$$

при этом

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{и} \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} \tag{2.13}$$

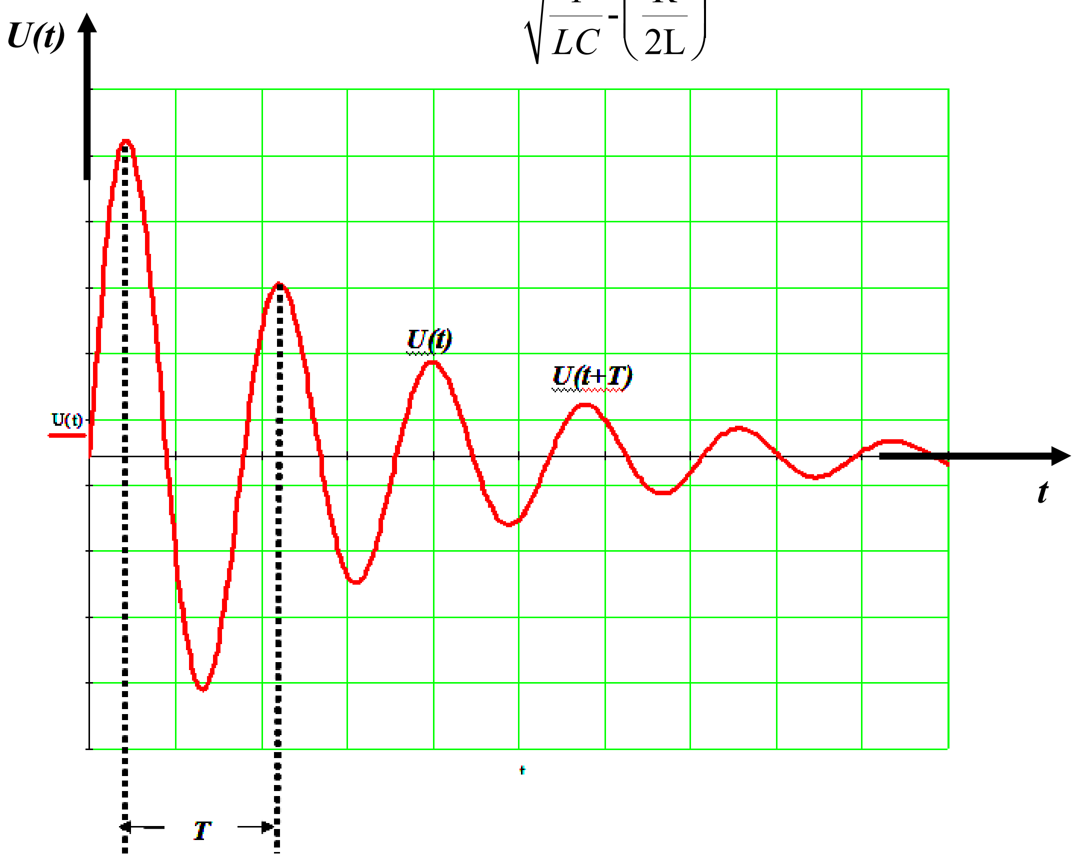


Рис. 2 Изменение напряжения на конденсаторе от времени в колебательном контуре.

Если (2.8) записать в виде $\frac{q}{C}+IR=-L\frac{dI}{dt}$ и продифференцировать по времени, то получим уравнение того же типа, что и уравнение (2.9) $\frac{d^2I}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dI}{dt}+\frac{1}{LC}I=0$, из чего следует, что ток в контуре также совершает затухающие колебания, для которых значение β, ω и T определяется по формулам (2.11), (2.12) и (2.13).

На практике вместо коэффициента затухания β обыкновенно употребляется другая мера затухания, а именно логарифмический декремент затухания (1.20):

$$\lambda=\ln\frac{A_n}{A_{n+1}}=\frac{1}{N}\ln\frac{A_0}{A_N}=\beta T=\frac{R}{2L}T \qquad (2.14)$$

Из формул (2.12) и (2.13) следует, что в контуре возможны затухающие колебания лишь в том случае, если $\frac{1}{LC}>\left(\frac{R}{2L}\right)^2$ $\rightarrow$ $R<2\sqrt{\frac{L}{C}}$ (частота и период - действительные величины). Если $R>2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то частота и период - мнимые, колебаний нет, и происходит апериодический разряд конденсатора (рис.3). Сопротивление:

$$R_{кр.}=2\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (2.15)$$

называется критическим.

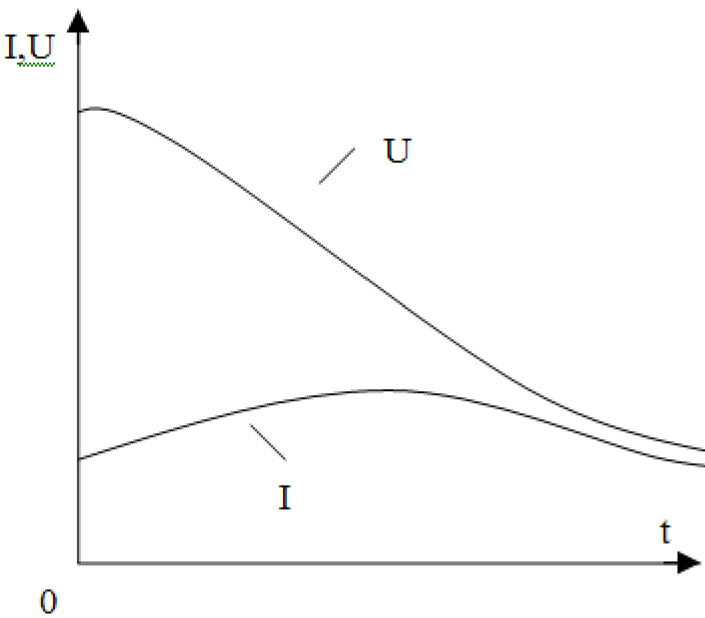


Рис. 3 Изменение напряжения на конденсаторе от времени и тока в цепи в колебательном контуре при апериодическом разряде.

Электрический контур часто характеризуют добротностью $\boldsymbol{Q}$:

$$Q=2\pi\frac{W(t)}{W(t)-W(t+T)} \qquad (2.16)$$

где $W(t)$, $W(t+T)$ – энергия контура в моменты времени t и $t+T$.

Так как энергия $W(t)$ пропорциональна квадрату амплитуды колебаний соответствующей величины, например U, то:

$$Q=2\pi\frac{U^2(t)}{U^2(t)-U^2(t+T)}=\frac{U_0{}^2e^{-2\beta t}\cos^2(\omega t)}{U_0{}^2e^{-2\beta t}\cos^2(\omega t)-U_0{}^2e^{-2\beta(t+T)}\cos^2\left[\omega(t+T)\right]} \qquad (2.17)$$

Учитывая периодичность функции косинуса: $\cos(\omega t) = \cos\left[\omega(t+T)\right]$ и производя сокращения в формуле (2.17), получим:

$$Q = \frac{2\pi}{1-e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi}{1-e^{-2\lambda}} \qquad (2.18)$$

При малых значениях логарифмического декремента затухания величина $1\text{-}e^{-2\lambda} \approx 2\lambda$ и добротность контура:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (2.19)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Методика эксперимента.

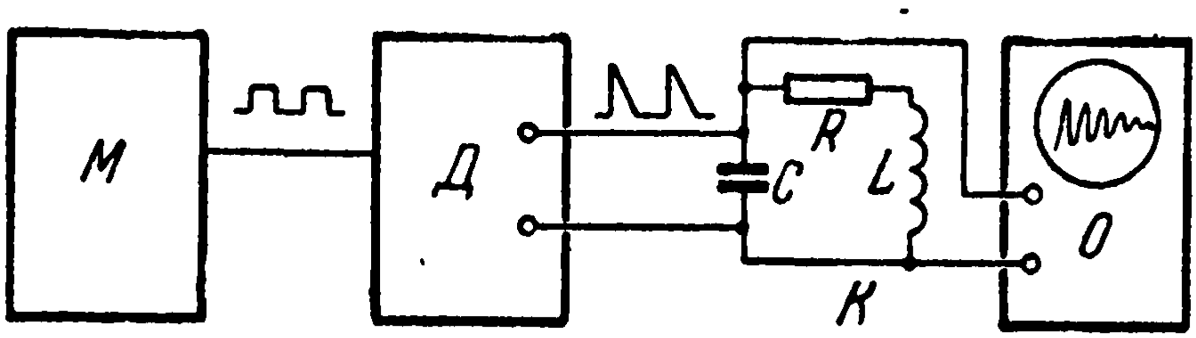


Рис. 4 Принципиальная электрическая блок-схема учебной установки ФЭЛ-2.

Принципиальная блок схема установки изображена на рис. 4. Используемая в настоящей задаче установка ФЭЛ-2 состоит из изучаемого колебательного контура К, мультивибратора М для генерации электрических колебаний прямоугольной формы, устройства Д для преобразования этих колебаний в кратковременные импульсы и осциллографа О. Мультивибратор М и преобразователь Д смонтированы на единой печатной плате и являются источником кратковременных импульсов. Возбуждаемые этими импульсами затухающие колебания в колебательном контуре подаются на электронный осциллограф (к клеммам входа Y). На экране осциллографа наблюдается временная развертка этих колебаний.

Возбуждение колебаний импульсом, по существу, означает, что в какой-то момент времени включается постоянное напряжение, которое через заданное время выключается - в данном случае после окончания периода развертки. Величина напряжения, подаваемого на контур, определяет начальный запас энергии и, следовательно, амплитуду колебаний. По истечении времени, равного периоду развертки, контур получает новый импульс, задающий контуру первоначальную энергию, и процесс повторяется.

Приборы и оборудование.

Учебная установка ФЭЛ-2 позволяет наблюдать на экране осциллографа временную развертку напряжения, снимаемого с пластин конденсатора ***C*** колебательного контура (рис. 4). Изображение, получаемое на осциллографе, соответствует кривой затухающих колебаний рис. 2. Установка снабжена микропроцессорным управлением. Параметры контура (ёмкость ***C*** и активное сопротивление ***R***) устанавливаются с помощью кнопок управления на передней панели установки. **Для надежного срабатывания кнопку необходимо удерживать нажатой в течение одной-двух секунд.** Индуктивность контура ***L*** является неизменной и имеет активное сопротивление порядка нескольких Ом, которым в процессе расчетов можно пренебречь. Для установки и изменения параметров контура генератор импульсов необходимо выключить соответствующей кнопкой. Все параметры индицируются на цифровом ЖКД LCD индикаторе.

Порядок работы.

1. Перед началом работы ознакомится с принципиальной блок-схемой установки и разобраться в назначении управляющих кнопок.
2. Проверить целостность сетевых проводов и соединительного измерительного провода.
3. Подключить выход «ВЫХОД Y» учебной установки соединительным проводом к входу Y электронного осциллографа.
4. Включить установку и электронный осциллограф в сеть напряжением ~ 220 В. Поставить переключатели «СЕТЬ» на панели осциллографа и установки в положение «вкл», при этом должны загореться соответствующие световые индикаторы.
5. Кнопкой «**ЁМКОСТЬ С**» установить одно из значений емкости колебательного контура. Кнопкой «УСТАНОВКА R +» установить первое наименьшее значение активного сопротивления R контура. Для включения генератора импульсов нажать на кнопку «ГЕНЕРАТОР».
6. Установить на осциллографе режим, позволяющий наиболее оптимально наблюдать и измерять параметры колебательного контура. Для этого: перевести осциллограф в режим синхронизации исследуемым сигналом, для чего поставить переключатель «INT-LINE-EXT» (слева от входа X) – переключающий режим внутренней и внешней синхронизации – в положение INT (режим внутренней синхронизации); переключатель «AUTO NORM TV» (способ развертки) поставить в положение «AUTO» (автоматическая). Рекомендуемы положения для других переключателей: VOLTS/DIV (Вольт/дел) в положение **.5 V; .2 V** или другое удобное для наблюдения, переключатель TIME/DIV (Время/дел) в положение **.5 ms; .2 ms** или любое другое удобное для наблюдения. Переключатель «+ — X-EXT» (тип развертки) в положение «+» либо «—». ПРИ ЭТОМ РУЧКА ПЛАВНОЙ РЕГУЛИРОВКИ РАСТЯЖЕНИЯ ПО ОСИ X **TIME VAR.** ДОЛЖНА БЫТЬ ПОВЕРНУ-

ТА ДО УПОРА ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКЕ – только в этом положении показания ручки «TIME/DIV» соответствуют надписям у этой ручки. Добиться устойчивого изображения сигнала плавно вращая ручку «LEVEL» («УРОВЕНЬ»).

7. Разместить ВАХ так, чтобы изображение занимало большую часть экрана и располагалось строго симметрично относительно оси абсцисс аналогично рис.2: для перемещения всей картинки по оси X вращать ручку POSITION входа X. Аналогичную функцию выполняет ручка POSITION оси Y. Для растяжения графика по оси Y можно использовать ручку плавной регулировки VOLT VAR.
8. Зарисовать вид затухающих колебаний с экрана осциллографа по клеткам на миллиметровую бумагу.
9. Оценить по осциллограмме, а затем рассчитать период колебаний T по формуле (2.13); коэффициент затухания β по формуле (2.11); по осциллограмме оценить логарифмический декремент затухания как натуральный логарифм отношения амплитуд двух соседних колебаний (например «нулевого» - начального колебания с n=0 и первого с n=1):

$$\lambda = \ln \frac{A_0}{A_1}$$

   и сравнить эти данные с расчетом логарифмического декремента по формуле:

$$\lambda = \frac{R}{2L} T$$

10. Оценить добротность контура, используя формулу (2.19). **Все необходимые текущие параметры контура для расчета выводятся на LCD индикатор.**
11. Изменить параметры колебательного контура, для чего необходимо выключить генератор импульсов нажатием кнопки «ГЕНЕРАТОР». Установить другое значение **R** при неизменной емкости C и наблюдать за изменением формы сигнала при увеличении активного сопротивления контура. Повторить расчеты пп. 7-10. При сопротивлении контура R>600 Ом наблюдается очень сильное затухание, переходящее в апериодический разряд конденсатора.
12. Изменить емкость **C** колебательного контура, предварительно выключив кнопкой генератор импульсов. Повторить действия пп. 7-11.
13. По окончании работы выключить установку и электронный осциллограф выключателями «СЕТЬ», при этом должны погаснуть соответствующие световые индикаторы и вынуть вилки из розеток.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется колебательным движением? Дайте определение периода, частоты колебаний.

2. Какие колебания называются гармоническими? Напишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний.

3. Что такое затухающие колебания? Приведите дифференциальное уравнение затухающих колебаний для случая, когда сила трения пропорциональна скорости тела.

4. Каковы условия возникновения собственных колебаний?

5. Дайте определение декремента затухания, логарифмического декремента затухания.

6. Напишите закон убывания амплитуды колебаний при затухающих колебаниях. Как в этом случае понимают термин "амплитуда".

7. При каком условии периодическое колебание переходит и затухающее?

8. В чем состоит методика определения логарифмического декремента затухания в данной работе?

10. Каким образом в настоящей работе происходит возбуждение колебаний в колебательном контуре? Поясните работу принципиальной блок-схемы установки на рис. 4

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. И.Е. Иродов. Электромагнетизм (основные законы), 2001г., глава 11

2. А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. Курс физики, 2000, главы 27 и 28.

3. Т.И. Трофимова. Курс физики, 1985, глава 18

4. И.В. Боднарь, Л.Г. Березуцкий «Методическое пособие к лабораторным работам по курсу ФХОМКиТ РЭС и ЭВС». Мн.; БГУИР, 1997 г.

5. Б. Ф. Алексеев, К. А. Барсуков «Лабораторный практикум по физике: Учебное пособие для студентов втузов», М., Высш. шк., 1988 г.