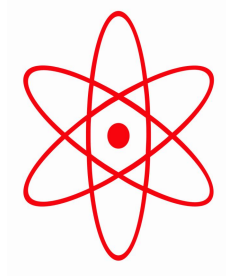


НПО УЧЕБНОЙ ТЕХНИКИ «ТУЛАНАУЧПРИБОР»

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ



ФЭЛ-12

**ИССЛЕДОВАНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ
И ИЗУЧЕНИЕ СЛОЖЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ
ОСЦИЛЛОГРАФА.
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ ПРИ ПОМОЩИ ФИГУР ЛИССАЖУ.**

Тула, 2008 г

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ИССЛЕДОВАНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ И ИЗУЧЕНИЕ СЛОЖЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОСЦИЛЛОГРАФА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ ПРИ ПОМОЩИ ФИГУР ЛИССАЖУ.

Цель работы: изучить сложение гармонических электрических колебаний, определение частоты генератора при помощи фигур Лиссажу, приобретение экспериментальных навыков исследования электрических процессов с помощью электронного осциллографа.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ.

Рассмотрим точку, колеблющуюся с одинаковыми частотами во взаимно перпендикулярных направлениях. Пусть координаты x и y колеблющейся частицы изменяются по закону:

$$x = A_x \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (5.1)$$

$$y = A_y \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Получим уравнение, описывающее поведение колеблющейся частицы. С учетом того, что разность фаз складываемых колебаний $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$, выражение (5.1) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} x &= A_x \cos \omega t, \\ y &= A_y \cos(\omega t + \delta) \end{aligned} \quad (5.2)$$

где A_x – амплитуда колебания точки, колеблющейся по оси x , A_y – амплитуда колебания точки, колеблющейся по оси y .

Выясним, какой вид имеет зависимость между координатами x и y при таких колебаниях. Для этого выразим $\cos \omega t$ и $\cos(\omega t + \delta)$ через отношение амплитуд и координат.

Из (5.2) получаем:

$$\cos \omega t = \frac{x}{A_x}, \quad (5.3)$$

$$\cos(\omega t + \delta) = \frac{y}{A_y}. \quad (5.4)$$

Представим $\cos(\omega t + \delta)$ в эквивалентном виде:

$$\frac{y}{A_y} = \cos(\omega t + \delta) = \cos \omega t \cdot \cos \delta - \sin \omega t \cdot \sin \delta \quad (5.5)$$

Выражение для $\sin \omega t$ получим из (5.3):

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_x^2}}. \quad (5.6)$$

Подставим в (5.5) уравнения (5.3) и (5.6):

$$\frac{y}{A_y} = \frac{x}{A_x} \cos \delta - \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_x^2}} \cdot \sin \delta \quad (5.7)$$

Переносим слагаемые из правой части в левую, получим:

$$\frac{x}{A_x} \cos \delta - \frac{y}{A_y} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_x^2}} \cdot \sin \delta \quad (5.8)$$

Возведем в квадрат:

$$\frac{x^2}{A_x^2} \cos^2 \delta - 2 \frac{xy}{A_x A_y} \cos \delta + \frac{y^2}{A_y^2} = \left(1 - \frac{x^2}{A_x^2}\right) \sin^2 \delta$$

Преобразуем полученное выражение:

$$\frac{x^2}{A_x^2} \cos^2 \delta - 2 \frac{xy}{A_x A_y} \cos \delta + \frac{y^2}{A_y^2} = \sin^2 \delta - \frac{x^2}{A_x^2} \sin^2 \delta,$$

$$\frac{x^2}{A_x^2} (\cos^2 \delta + \sin^2 \delta) - 2 \frac{xy}{A_x A_y} \cos \delta + \frac{y^2}{A_y^2} = \sin^2 \delta.$$

Окончательно получаем уравнение движения частицы:

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} - 2 \frac{xy}{A_x A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta. \quad (5.9)$$

Очевидно, что в рассматриваемом случае траекторией частицы будет являться эллипс, вид которого определяется разностью фаз δ и отношением амплитуд A_x и A_y (рис. 5.1).

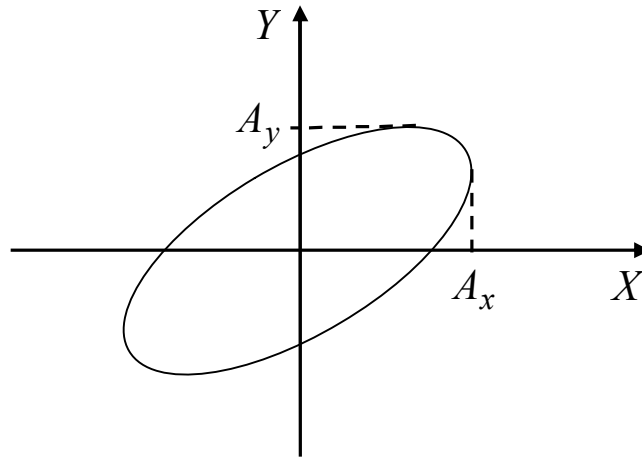


Рис. 5.1

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. $\delta = 0$. В этом случае $\sin \delta = 0$, $\cos \delta = 1$. Уравнение колебания принимает вид:

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} - 2 \frac{xy}{A_x A_y} = 0,$$

$$\left(\frac{x}{A_x} - \frac{y}{A_y} \right)^2 = 0,$$

$$\frac{x}{A_x} - \frac{y}{A_y} = 0,$$

$$y = \frac{A_y}{A_x} x,$$

частица движется по прямой в первом и третьем квадрантах (рис. 5.2,а).

2. $\delta = \pi$. При такой разности фаз $\sin \delta = 0$, $\cos \delta = -1$. С учетом знака уравнение колебания тоже описывает прямую:

$$y = -\frac{A_y}{A_x} x,$$

но частица движется по прямой уже во втором и четвертом квадрантах (рис. 5.2,б).

3. $\delta = \frac{\pi}{2}$. В этом случае уравнение колебания принимает вид

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} = 1,$$

частица движется по эллипсу, полуоси которого A_x и A_y совпадают с осями координат. При $A_x = A_y$ эллипс превращается в окружность. Движение частицы по траектории будет происходить в направлении часовой стрелки (рис. 5.2,в).

4. $\delta = \frac{3\pi}{2}$. То же самое, что и $\delta = -\frac{\pi}{2}$, так как изменение фазы на 2π несущественно. Движение будет происходить по эллипсу, как и в случае 3, с той только разницей, что движение будет осуществляться против часовой стрелки.

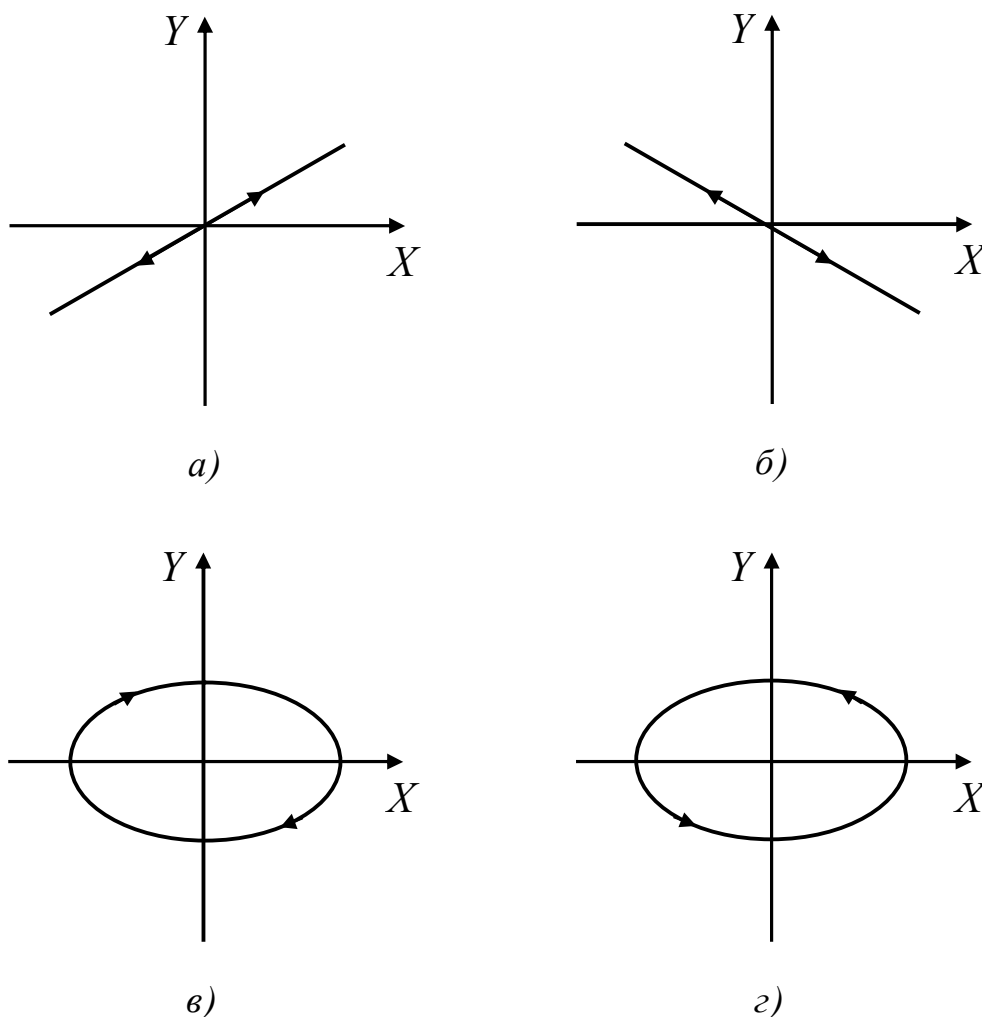


Рис. 5.2

Если частоты взаимно перпендикулярных колебаний не одинаковы и соотносятся как целые числа, то траектория результирующего колебания имеет более сложную форму и носит название фигуры Лиссажу.

На рис. 5.3 показана фигура Лиссажу для соотношения частот $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{1}{2}$ (периодов $T_x:T_y=T_1:T_2=2:1$). Фигуры Лиссажу для других соотношений частот представлены на рис. 5.4, рис. 5.5

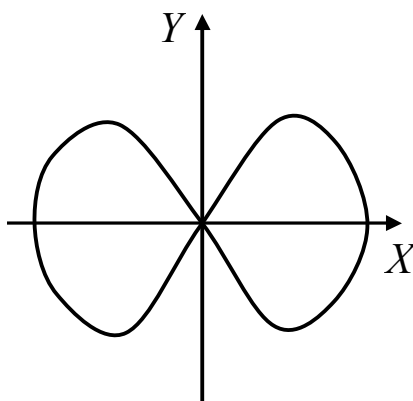


Рис. 5.3

Фигуры Лиссажу очень удобно наблюдать на экране осциллографа, так как в этом случае можно рассматривать траектории, получающиеся при сложении колебаний, частоты которых соотносятся не как целые числа. Фигуры Лиссажу при этом вращаются.

Полная энергия при сложении колебаний складывается из энергий каждого колебания:

$$E = \left(\frac{\kappa_1 x^2}{2} + \frac{\kappa_2 y^2}{2} \right) + \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = E_x + E_y ,$$

или

$$E = \frac{m}{2} (A_x \omega_x^2 + A_y \omega_y^2) . \quad (5.10)$$

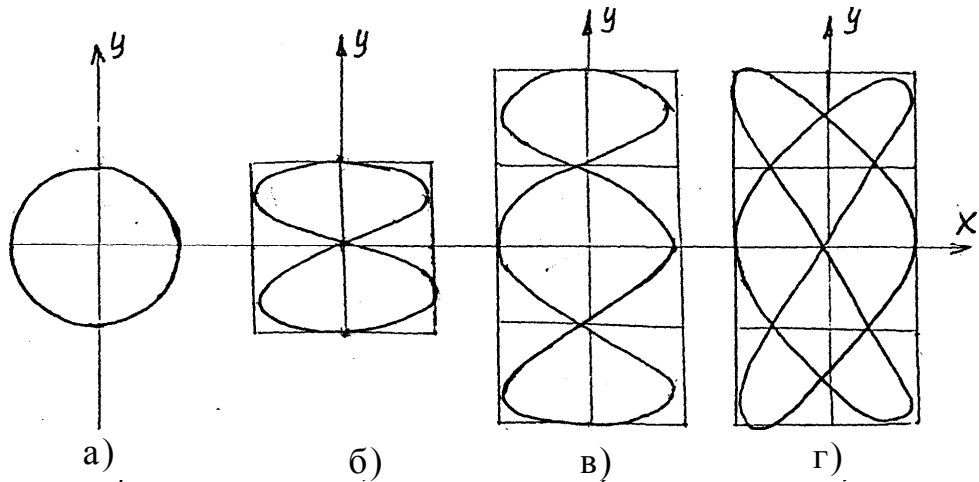


Рис. 5.4. Вид фигур Лиссажу при $\delta = \frac{\pi}{2}$, $A_x = A_y$

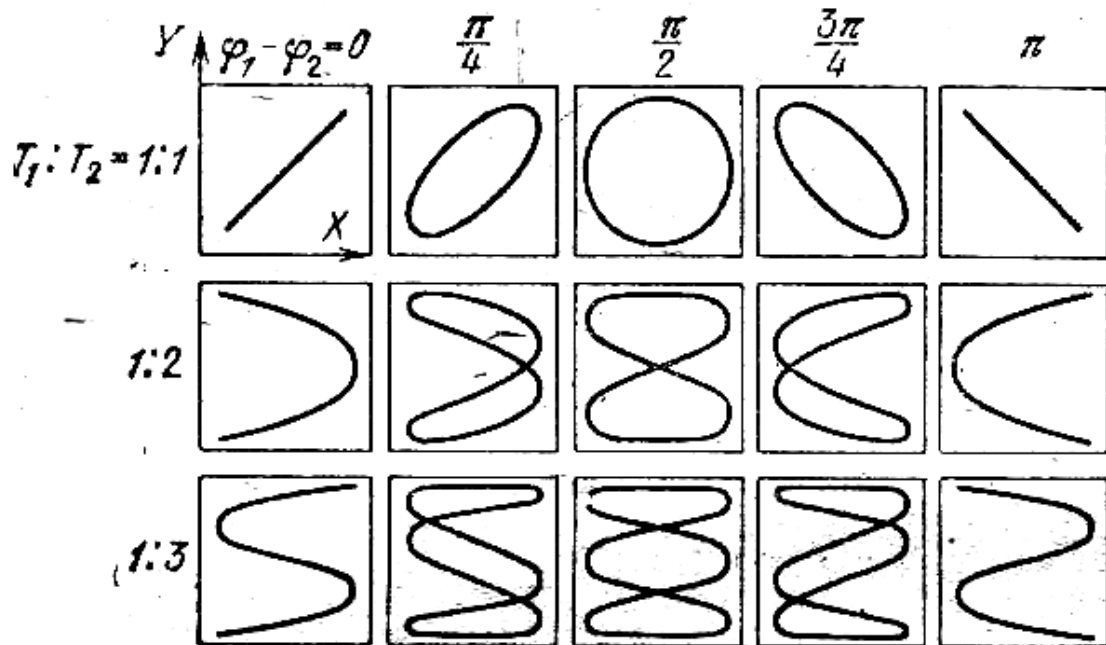
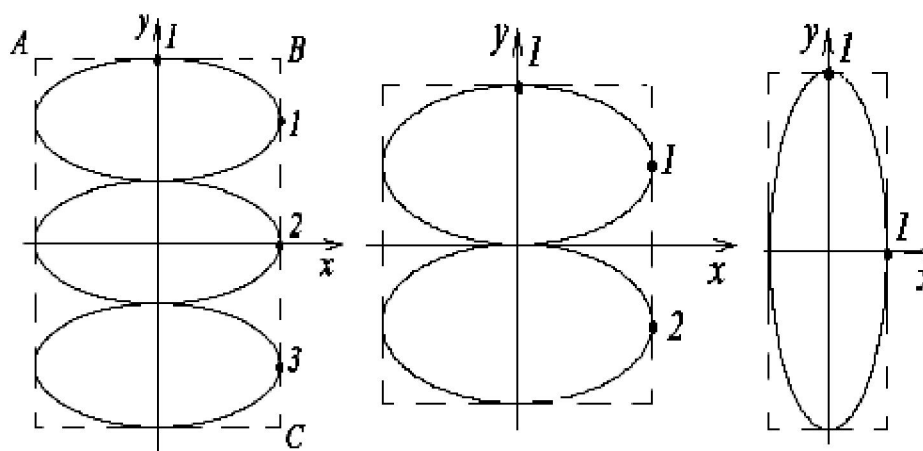


Рис. 5.5 Фигуры Лиссажу для колебаний одинаковой амплитуды с различными соотношениями периодов $T_1 : T_2$ и различной разностью фаз $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$

Таким образом, если отношение частот является рациональным числом, т.е. $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{n_x}{n_y}$, где n_x и n_y целые числа, то это отношение равно отношению числа точек касания фигуры Лиссажу со сторонами прямоугольника, в который эта фигура вписывается, т.е. $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{n_x}{n_y}$, где n_x — количество точек

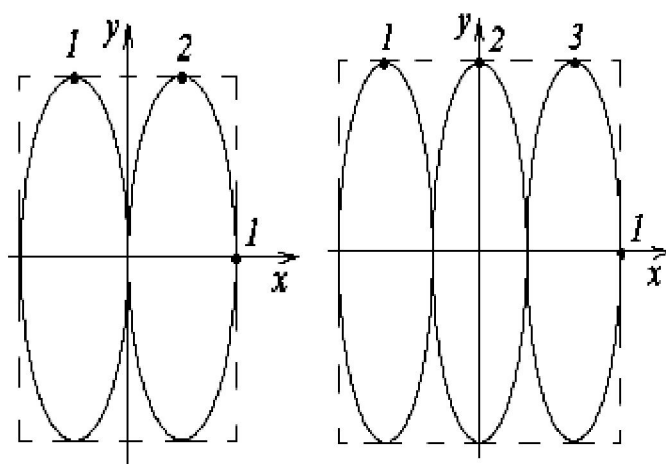
касания со стороной BC, пересекающей ось x ; n_y – количество точек касания со стороной AB, пересекающей ось y (см. рис. 5.6)



а) $v_x=3v_y$
 $n_x=3; n_y=1$

б) $v_x=2v_y$
 $n_x=2; n_y=1$

в) $v_x=v_y$
 $n_x=1; n_y=1$



г) $v_y=2v_x$
 $n_x=1; n_y=2$

д) $v_y=3v_x$
 $n_x=1; n_y=3$

Рис. 5.6. К определению частоты по фигурам Лиссажу.

$$v = \frac{\omega}{2\pi}, \quad v - \text{частота колебаний, } \omega - \text{циклическая частота.}$$

По виду фигур Лиссажу можно определить значение отношения $\frac{n_x}{n_y}$. А это дает возможность по известной эталонной частоте, например v_y , определить другую частоту v_x .

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Экспериментальная установка.

На рис. 5.7 представлена блок-схема установки для исследования взаимно перпендикулярных колебаний.

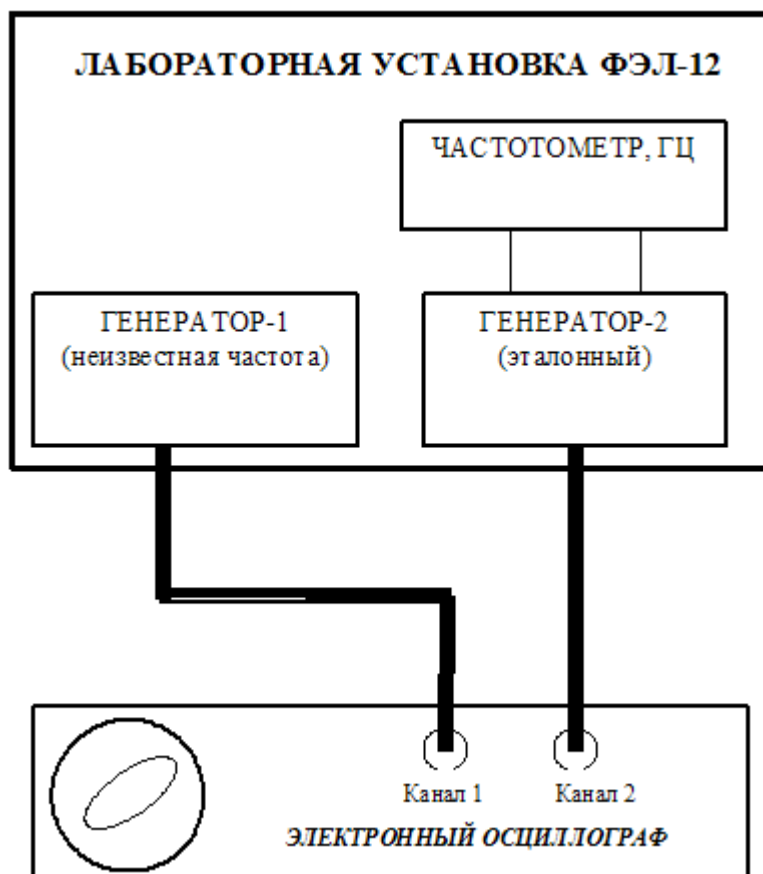


Рис. 5.7

Основной частью лабораторного модуля ФЭЛ-12 являются два генератора (один исследуемый генератор с постоянной в пределах одного эксперимента неизвестной частотой, частоту другого генератора можно изменять ручками «ЧАСТОТА ГРУБО, ПЛАВНО» и кнопкой переключения диапазона частот «ДИАПАЗОН») и частотомер, позволяющей с точностью до 2 Герц измерять частоту эталонного (перестраиваемого) генератора. Эталонный и исследуемый генераторы подключаются к резистивным входам «X» и «Y» осциллографа ОСУ-10В, осциллограф при этом должен быть переведен в режим «X-Y» для наблюдения фигур Лиссажу.

Порядок выполнения


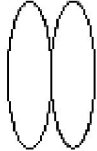
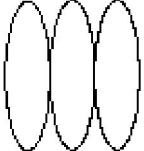
1. Перед выполнением рекомендуется ознакомиться с принципом работы электронного осциллографа. Проверить целостность сетевых и соединительных проводов.
2. Подключить лабораторную установку к электронному осциллографу согласно блок-схеме рис 5.7. При этом сигнал с выхода 1 (исследуемого генератора) подается на канал X осциллографа, сигнал с выхода 2 (генератор с перестраиваемой частотой) подается на канал Y осциллографа.
3. Включить осциллограф и лабораторный модуль в сеть напряжением ~ 220 В.
4. Поставить переключатели «СЕТЬ» на панели осциллографа и установки в положение «ВКЛ», при этом должны загореться соответствующие сигнальные светодиоды.
5. Перевести осциллограф в режим наблюдения фигур Лиссажу, переведя переключатель «SLOPE» слева от входа X осциллографа в положение «XY». Ручкой VOLTS/DIV (ВОЛЬТ/ДЕЛ) оси Y установить уровень сигнала, обеспечивающий наилучший масштаб для наблюдения (рекомендуемое значение **.1 - .5** ВОЛЬТ/ДЕЛ). Для корректировки положения фигуры можно использовать ручки «POSITION» осей X и Y осциллографа, а для корректировки размера – ручку плавной регулировки VOLT.VAR оси Y. Регулировка усиления по оси X в режиме фигур Лиссажу в данном типе осциллографа не предусмотрена.
6. Нажать кнопку «ДИАПАЗОН» переключения диапазона изменения частоты генератора, переключив диапазон изменения частоты в пределы $\sim 70 - 550$ Гц (крайнее левое и крайнее правое положение резистора «ЧАСТОТА»). Вращая ручки чувствительных резисторов «ЧАСТОТА, ГРУБО ПЛАВНО» получить изображение первой фигуры – рис 5.6 а). Подходить к фигуре надо медленно слева и справа, **добиваясь по возможности наибольшей неподвижности фигуры на экране**. Записать в таблицу 1 показания частотомера V_y (**индуцируются на ЖКД дисплее в Герцах**). Рассчитать частоту V_x исследуемого генератора.
7. Продолжая очень медленно изменять частоту генератора, получить фигуры Лиссажу вида рис. 5.6 б), в), г), д) при других кратных частотах (вращающаяся восьмерка, эллипс и вращающиеся фигуры в форме короны). Рекомендуется также понаблюдать фигуры Лиссажу, получающиеся при частотах $V_{\text{эталон}} = \frac{3}{2}V_{\text{иссл}}$ (рис. 5.4 г). Следует учитывать что ручки «ЧАСТОТА» обладают высокой чувствительностью, поэтому для получения фигур большой кратности их следует вращать **ПЛАВНО** в области нужной частоты и подходить к фигуре медленно слева и справа. Все показания и расчеты записывать в таблицу 1. **При достижении максимально возможной частоты генератора на данном диапазоне, следует переключиться на более высокий уровень частот, нажав кнопку «ДИАПАЗОН» ($\sim 500 - 3000$ Гц). Размер фигуры по оси Y корректировать ручкой плавной регулировки усиления VOLT.VAR оси Y.**
8. Рассчитать среднее значение частоты исследуемого генератора $V_{\text{иссл}}$.
9. Подключить исследуемый генератор (выход 1) ко входу Y осциллографа, сигнальный провод с перестраиваемого генератора отключить. Перевести осциллограф в обычный режим развертки, поставив переключатель «SLOPE» слева от входа X осциллографа в любое положение, отличное от XY, переключатель «SOURCE» в положение Y (внутренняя развертка) и получить изображение синусоидального сигнала исследуемого генератора на экране осциллографа, при необходимости использовать ручку «LEVEL» для регулирования синхронизации сигнала. Определить период сигнала $T_{\text{иссл}}$ и его


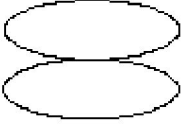
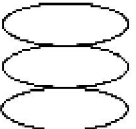
частоту $V_{иссл} = \frac{1}{T_{иссл}}$ и сравнить ее с частотой, определенной с помощью фигур

Лиссажу. Ручка TIME VAR. (плавно) на передней панели осциллографа должна быть повернута до упора по часовой стрелке – только в этом случае осциллограф правильно откалиброван по шкале времени и показания ручки переключателя «TIME/DIV» (ВРЕМЯ/ДЕЛ) соответствуют подписям у этой ручки.

10. По окончании работы все приборы отключить от сети питания, поставив соответствующие переключатели в положение «ВЫКЛ» и вынуть вилки из розетки.

Таблица 1

ВИД ФИГУРЫ			
n_x	1	1	1
n_y	1	2	3
$V_{иссл} = V_x = V_y \cdot \frac{n_x}{n_y}$			

ВИД ФИГУРЫ			
n_x	1	2	3
n_y	1	1	1
$V_{иссл} = V_x = V_y \cdot \frac{n_x}{n_y}$			

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие колебания называются гармоническими?
2. Дайте определения периода, частоты, фазы колебаний.
3. Расскажите, что такое колебательная система с двумя степенями свободы.
4. Расскажите, в чем состоит метод фигур Лиссажу, примененный для определения частоты колебаний.
5. Определите по виду фигуры Лиссажу отношение частот колебаний.
6. Получите уравнение, описывающее траекторию колеблющейся частицы в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Выведите уравнение окружности, получаемой в результате сложения взаимно перпендикулярных колебаний. Выведите уравнение эллипса, получаемого в результате сложения взаимно перпендикулярных колебаний.
7. Нарисуйте блок-схему установки для наблюдения фигур Лиссажу и объясните принцип работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **И.В. Боднарь, Л.Г. Березуцкий** «Методическое пособие к лабораторным работам по курсу ФХОМКиТ РЭС и ЭВС». Мн.; БГУИР, 1997 г.
2. **Б. Ф. Алексеев, К. А. Барсуков** «Лабораторный практикум по физике: Учебное пособие для студентов вузов», М., Высш. шк., 1988 г.
3. **К. А. Барсукова, Ю. И. Уханова** «Лабораторный практикум по физике», М., Высш. шк. 1988 г.
4. **И.В. Боднарь, Л.Г. Березуцкий** «Методическое пособие для самостоятельной работы студентов по курсу ФХОМКиТ РЭС и ЭВС. Раздел «Контактные явления»». Мн.; БГУИР, 1998 г.
5. **Г.И. Епифанов, Ю.А. Мома** «Физические основы конструирования и технологии РЭА и ЭВА». М.; «Советское радио», 1979 г.
6. **И.П. Жеребцов** «Основы электроники». Ленинград, «Энергоатомиздат», 1985 г.